

Tema 4: Campo electrostático

¿Qué vamos a ver este tema?

1. Introducción

2. ¿Qué es una carga eléctrica?

3. La Ley de Coulomb

4. El campo electrostático

¿Algun comentario o sugerencia para mejorar este recurso?



SCAN ME

5. La Ley de Gauss

6. Potencial y energía potencial electrostáticos

7. Dieléctricos y conductores

1

Introducción

Se descubrió que frotando ciertos elementos, se lograba hacer que estos adoptasen la posibilidad de atraer cuerpos pequeños. Este sencillo fenómeno puso en manifiesto la existencia de una propiedad de la materia que produce fuerzas de repulsión o atracción. Dicha propiedad es la carga eléctrica.

2

¿Qué es la carga eléctrica?

La carga eléctrica es una propiedad intrínseca de la materia responsable de producir las interacciones electrostáticas.

La materia, al estar compuesta por protones e^+ y electrones e^- , y su carga es e , se dice que la carga eléctrica está cuantizada.

La carga eléctrica de un cuerpo se dice que es negativa ($e^- > e^+$), positiva ($e^- < e^+$) o neutra ($e^+ = e^-$).

Los electrones se mueven entre átomos (los protones están en el núcleo), cargando positivamente (el cuerpo pierde electrones) o negativamente (el cuerpo gana electrones). Pero esta transferencia de electrones es posible si otro cuerpo toma o suministra dichas cargas. Por tanto, las cargas simplemente se van moviendo y por tanto, no se destruye ni se crea, dándose el PRINCIPIO DE LA CONSERVACIÓN DE LA CARGA.

Estas conclusiones se han obtenido experimentalmente.

3

ley de Coulomb



La ley de Coulomb sobre las cargas hace mención de los siguientes cuatro puntos:

- * Los cuerpos cargados sufren una atracción o repulsión al acercarse.
- * El valor de dichas fuerzas es proporcional al producto de sus cargas.
- * La fuerza es de atracción si las cargas tienen distinto signo y de repulsión si son del mismo.
- * La fuerza es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que las separa.

Estos cuatro enunciados se resumen en la siguiente expresión:

$$\text{Fuerza eléctrica } \vec{F}_E = k \frac{qQ}{r^2} \hat{r}$$

Donde q y Q son dos cargas cualesquiera situadas en el vacío, separadas por una distancia r . La k es la denominada **CONSTANTE DE COULOMB**, aunque solemos emplear la permitividad eléctrica en el vacío $\epsilon_0 \approx 8.85 \cdot 10^{-12} \text{ (Cs)}^2/\text{kg m}^3$, que se relaciona con k de la siguiente forma $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$. Y el vector $\hat{r}$ lo podemos escribir como $\frac{\vec{r}}{r}$. La carga se mide en el sistema internacional en **Culombios (C)**. Y una carga e tendrá un valor de $1.60 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ (aprox a 2 c.s.).

Con la nueva información, la expresión de fuerza eléctrica queda escrita como:

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qQ}{r^3} \vec{r}$$

La fuerza ejercida por un sistema de N cargas es: $\vec{F} = \sum_{i=1}^N \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_i q}{|\vec{r} - \vec{r}_i|^3} (\vec{r} - \vec{r}_i)$

4

Campo electrostático

Las cargas eléctricas no precisan de ningún medio material para fluir entre ellas, y por ello, las fuerzas eléctricas son consideradas fuerzas de acción a distancia.

Debido a esto, recurrimos al concepto de campo electrostático para facilitar la descripción, en términos físicos, de la influencia que una o más cargas

ejercen sobre el espacio que las rodea.

La fuerza eléctrica ejercida por un sistema de N cargas sobre una carga q viene dado por la expresión: $\vec{F} = q \sum_{i=1}^N \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_i}{|\vec{r} - \vec{r}_i|^3} (\vec{r} - \vec{r}_i)$ → **Campo eléctrico**.

La expresión de la fuerza la podemos reescribir como $\vec{F}_E = q \vec{E}$, donde $\vec{E}$ denota el **CAMPO ELÉCTRICO** $\vec{E}(\vec{r}) = \sum_{i=1}^N \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_i}{|\vec{r} - \vec{r}_i|^3} (\vec{r} - \vec{r}_i)$. $\vec{E}$ es una magnitud que no depende de la carga que influye, sino solo del punto $\vec{r}$ donde se coloque.

Ahora bien. Hemos supuesto que las cargas que producen las fuerzas y los campos electrostáticos son cargas puntuales, son infinitamente pequeñas. Aunque la carga sea una magnitud cuantizada, cualquier volumen contiene un número tan elevada de partículas que podemos considerar la carga eléctrica como una magnitud continua.

Dicho con otras palabras, analizamos el comportamiento de las cargas en conjunto o grupo, ya sea en una superficie, volumen o línea.

Para el estudio de este fenómeno precisamos del uso de la **DENSIDAD DE CARGA**, en tres variedades o tipos:

* **lineal**: carga eléctrica por unidad de longitud (C/m)

* **superficial**: carga eléctrica por unidad de superficie (C/m²)

* **volúmica**: carga eléctrica por unidad de volumen (C/m³)

$$\lambda = \frac{dq'}{dl}$$

$$\sigma = \frac{dq'}{dS}$$

$$\rho = \frac{dq'}{dV}$$

$$\lambda = \rho_l$$

$$\sigma = \rho_s$$

$$\rho = \rho_v$$

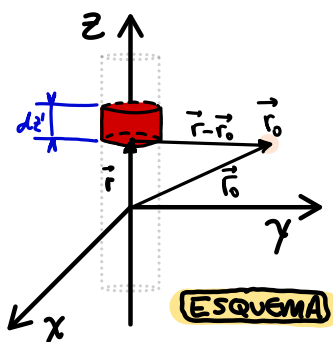
Conociendo esta propiedad, podemos calcular también el campo eléctrico en un punto $\vec{r}$ respecto de otro punto $\vec{r}_0$:

$$\vec{E}(\vec{r}) = \int \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq'}{|\vec{r} - \vec{r}_0|^3} (\vec{r} - \vec{r}_0)$$

Observa que $\vec{r}$ es una incógnita, el resto son constantes σ

LÍNEA INFINITA

Contemplamos un hilo recto infinito y homogéneo, de densidad de carga lineal ρ_l (será cte. por estar trabajando con un hilo homogéneo). Del hilo tendremos que coger un pequeño trozo infinitesimal del hilo, y una posición de referencia $\vec{r}_0$.



Vemos que el trozo se encuentra en la posición $\vec{r} = z'\hat{k}$ y que tiene una longitud $dl = dz'$.

El punto $\vec{r}_0$ donde se quiere calcular el campo es un punto cualquiera.

El vector posición $\vec{r} - \vec{r}_0$ será $x\hat{i} + y\hat{j} + (z - z')\hat{k}$.

Su módulo será $|\vec{r} - \vec{r}_0| = \sqrt{x^2 + y^2 + (z - z')^2}$.

Y el campo eléctrico creado $E(\vec{r}) = \frac{\rho l}{2\pi\epsilon_0} \frac{x\hat{i} + y\hat{j}}{x^2 + y^2}$

Si asumimos que ρ (densidad del punto al hilo) como $\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$, y definimos el versor $\hat{p}$ como $\hat{p} = \frac{x\hat{i} + y\hat{j}}{\rho}$, la ecuación de campo queda como:

$E(\vec{r}) = \frac{\rho l}{2\pi\epsilon_0} \cdot \hat{p}$, donde ρl es la densidad de carga en el hilo,

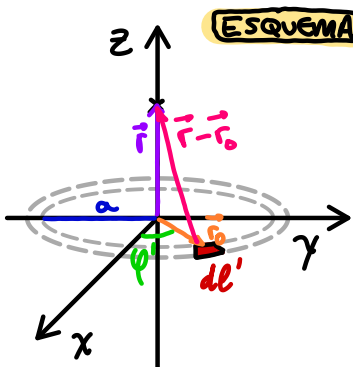
ρ la distancia del punto al hilo

$\hat{p}$ el versor

ANILLO

Estudiamos ahora el caso en el que la carga se distribuye en forma de anillo homogéneo de radio a . Igual que antes, tomamos un trozo infinitesimal

del anillo dl' , que será un arco de circunferencia, $dl' = a d\varphi'$, y una posición de referencia $\vec{r}_0 = x_0\hat{i} + y_0\hat{j}$ ($x_0^2 + y_0^2 = a^2$)



El punto del que medimos el campo eléctrico se encuentra en $\vec{r} = z\hat{k}$. La diferencia $\vec{r} - \vec{r}_0$ será

$-x_0\hat{i} - y_0\hat{j} + z\hat{k} = \vec{r} - \vec{r}_0$ y su módulo $|\vec{r} - \vec{r}_0| = \sqrt{a^2 + z^2}$.

Tenemos en cuenta que la densidad lineal ρl es constante (el anillo es homogéneo), entonces la expresión de campo eléctrico será:

* Si $z=0$, $\vec{E}=0$.

* Si $z \gg a$, $\vec{E} = 2\pi\rho l a$
mucho + grande

$$\vec{E}(z) = \frac{z \rho l a}{2\epsilon_0 (a^2 + z^2)^{3/2}} \hat{k}$$

en un versor.

FUERZA ENTRE DOS DISTRIBUCIONES DE CARGAS

La fuerza creada por un campo eléctrico en un punto $\vec{r}$ ejercida sobre una carga puntual q es $\vec{F}_E = q\vec{E}(\vec{r})$.

Hasta ahora hemos estudiado toda la parte que "crea" la fuerza en las interacciones electromagnéticas. Nos queda estudiar la parte de "recibir" la fuerza. Por ello, ahora nos centramos en el estudio de la fuerza que sufre una distribución continua de carga.

Para calcular la fuerza total que sufre una distribución continua de carga tendremos que sumar todas las fuerzas que sufren cada uno de los trozos de la distribución: $\vec{F} = \int_V \vec{E}(\vec{r}) \rho_V(\vec{r}) dV$.

⊗ Hemos cogido la distribución de carga y la hemos dividido en trozos infinitesimalmente.

5

LA LEY DE GAUSS

En la ley de Coulomb $\vec{F}_E = k \frac{qQ}{r^2} \hat{r}$ tenemos la dependencia $\left(\frac{1}{r^2}\right)$, punto de partida para que se de la Ley de Gauss. *el cuadrado de la distancia*

La Ley de Gauss se puede aplicar a cualquier fuerza que tenga dicha dependencia, como la fuerza gravitacional o la magnetostática.

FLUJO DE CAMPO ELÉCTRICO

El concepto de flujo nos da una idea de la concentración de líneas de campo en una zona del espacio. Es otra forma de medir lo intenso que es el campo eléctrico en ese sitio. La magnitud se representa por Φ , y dependerá de: 1) la intensidad de campo en la zona; 2) el tamaño y forma de la superficie; 3) la orientación entre la superficie y el campo (el ángulo que forman):

* Si la superficie es plana y constante, $\Phi = |\vec{E}| |\vec{S}| \cdot \cos \theta = \vec{E} \cdot \vec{S}$.

* En caso contrario $\Phi = \int_S \vec{E} \cdot d\vec{S}$



ENUNCIADO DE LA LEY DE GAUSS

El enunciado de la ley de Gauss indica que el flujo eléctrico a través de cualquier superficie cerrada es igual a la carga total encerrada en esa superficie Q_S ,

dividida por ϵ_0 :

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q_S}{\epsilon_0}$$

⚡ Si no hay carga dentro de una superficie cerrada, el campo el que entra igual que el que sale.

CÁLCULO DEL CAMPO ELÉCTRICO MEDIANTE LA LEY DE GAUSS

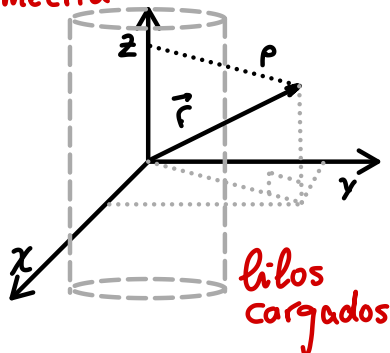
La superficie es una matemática, creada para poder aplicar la ley, pero no necesariamente real.

A continuación trabajamos con las tres geometrías más importantes en las cuales es posible usar la ley de Gauss para obtener el campo electrostático.

⊗ La ley de Gauss es útil siempre que se den las siguientes geometrías.

GEOMETRÍA CILÍNDRICA

Simetría



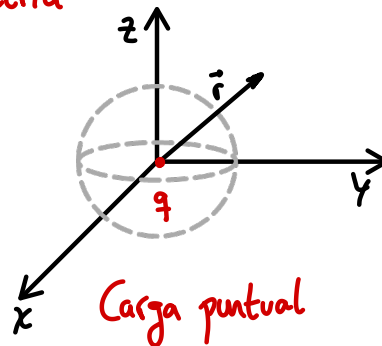
hilos
cargados

El campo eléctrico se calcula como $\vec{E} = E(\rho)\hat{\rho}$ y la ley de Gauss como $E(\rho)2\pi\rho H = \frac{Q_s}{\epsilon_0}$

⊗ $\vec{E}$ solo depende de la distancia que hay entre $\vec{r}$ y el hilo cargado.

GEOMETRÍA ESFÉRICA

Simetría



Carga puntual

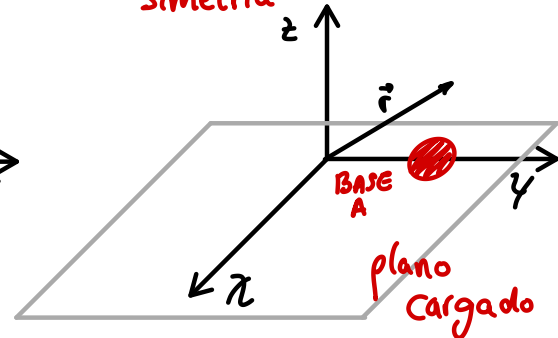
El campo eléctrico se calcula como $E = E(r)$ y la ley de Gauss aplicada como

$$E(r)4\pi r^2 = \frac{Q_s}{\epsilon_0}$$

⊗ $\vec{E}$ solo depende de la distancia de un punto a la carga.

GEOMETRÍA PLANA

Simetría



plano
cargado

El campo eléctrico tendrá $\vec{E} = \pm E(|z|)\hat{k}$ intensidad y la ley de Gauss se calculará como $E(|z|)2A = \frac{Q_s}{\epsilon_0}$.

⊗ El campo eléctrico depende de la distancia a un plano.

6

POTENCIAL Y ENERGÍA POTENCIAL ELECTROSTÁTICOS

Vamos al grano. La Energía Potencial para un sistema de dos cargas puntuales viene dada por la expresión $E_p = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qQ}{r}$.

El potencial electrostático es fruto de la variación de las propiedades electrostáticas en el espacio que rodea a la carga, y se define como la energía potencial por unidad de carga, de forma que $V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r}$, se mide en Voltios.

En el caso de que el sistema esté formado por N cargas puntuales, la energía

potencial se calcula como $E_p = q \sum_{i=1}^N \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_i}{|\vec{r} - \vec{r}_i|}$ y el potencial electrostático como

$$V(\vec{r}) = \sum_{i=1}^N \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_i}{|\vec{r} - \vec{r}_i|}.$$

Si estamos calculando estos parámetros para una **DISTRIBUCIÓN CONTINUA** de carga, el potencial electrostático se calculará como:

$$* V(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_V \frac{\rho_v(\vec{r}_0)}{|\vec{r} - \vec{r}_0|} dV' \text{ para una distribución volumétrica.}$$

$$* V(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_S \frac{\rho_s(\vec{r}_0)}{|\vec{r} - \vec{r}_0|} dS' \text{ para una distribución superficial.}$$

$$* V(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_L \frac{\rho_L(\vec{r}_0)}{|\vec{r} - \vec{r}_0|} dL' \text{ para una distribución lineal de carga.}$$

Finalmente, la **RELACIÓN ENTRE CAMPO ELÉCTRICO Y POTENCIAL ELÉCTRICO**

viene dado por:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}, V = \frac{E_p}{q}, E_p = - \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{r} \Leftrightarrow \Delta V = - \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{r} \text{ ó } \vec{E} = -\vec{\nabla} V$$

definición de trabajo

resultando en dos consecuencias clave:

1º) Conocido el campo eléctrico creado por un sistema, podemos calcular la diferencia de potencial entre dos puntos con $\Delta V = - \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{r}$.

2º) Conocido el potencial eléctrico en todo punto, podemos calcular el campo eléctrico con la expresión $\vec{E} = -\vec{\nabla} V$.

7

DIELECTRICOS Y CONDUCTORES

Hasta ahora hemos estudiado el campo eléctrico en el vacío. Ahora estudiaremos el efecto del campo eléctrico sobre la materia (está compuesta por cargas positivas y negativas).

La materia la dividimos en dos grandes grupos: dieléctricos (aislantes) y conductores. En los primeros, las cargas no se pueden mover, mientras que en los segundos

Sí.

Handwritten signature

El comportamiento de estos materiales es ideal y solo aparece de forma aproximada en la realidad. No obstante, los metales se comportan generalmente como conductores perfectos y el aire o plástico como aislantes ideales.

DIELECTRICOS

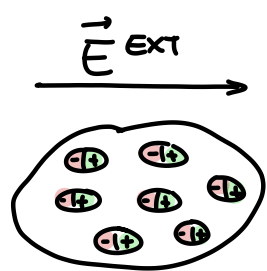
Están compuestos por cargas que no se pueden

los superconductores son conductores de resistencia nula, y los semiconductores, dependiendo de las condiciones, son conductores o dieléctricos

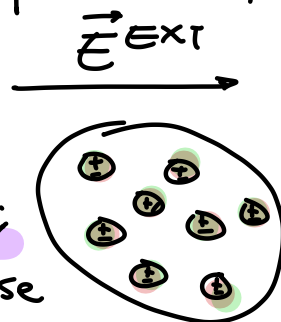
mover, aunque en presencia de un campo eléctrico externo $\vec{E}^{EXT}$, estas se orientan (recordemos que la materia está compuesta por protones e^+ y electrones e^-).

Si las cargas son simétricas, las moléculas serán apolares (sin polos), en caso contrario, polar (hay polos) $(-|+)$.

Cuando decimos que estas ^{las cargas} se orientan en presencia de un campo eléctrico,



en el caso de las polares, la parte positiva coincidirá con la dirección y sentido del campo, y la negativa con el sentido opuesto;



En el caso de los apolares, la simetría se romperá creándose polos y comportándose de la forma descrita.

Esta reorganización de las cargas produce la aparición de un campo eléctrico inducido $\vec{E}^{IND}$, de sentido opuesto al externo, debido a que se produce un exceso de cargas.

El campo eléctrico total será $\vec{E} = \vec{E}^{EXT} + \vec{E}^{IND}$, y en consecuencia, el campo inducido será $\vec{E}^{IND} = \vec{E} - \vec{E}^{EXT}$ y $\vec{E}^{IND} < \vec{E}^{EXT}$.

Sin embargo, si $\vec{E}^{IND} \ll \vec{E}^{EXT}$, se produce la rotura del dieléctrico, el material se vuelve conductor. Ese campo eléctrico se denominará CAMPO DE RUPTURA.

Volviendo al caso en el que $\vec{E}^{IND} < \vec{E}^{EXT}$, si aumentamos $\vec{E}^{EXT}$, $\vec{E}^{IND}$ aumenta proporcionalmente $\vec{E}^{IND} = -cte \vec{E}^{EXT}$, donde cte se corresponde a la permitividad eléctrica del material ϵ . Por tanto, $\vec{E}^{IND} = -(1 - \frac{\epsilon_0}{\epsilon}) \vec{E}^{EXT}$, y como $\vec{E}^{IND} < \vec{E}^{EXT}$, se cumple que $\epsilon_0 < \epsilon$, de forma que la constante dieléctrica de un material se calcula como $\epsilon_r = \frac{\epsilon}{\epsilon_0}$, donde ϵ_0 es la permitividad eléctrica en el vacío.

CONDUCTORES

Se caracterizan por que poseen cargas libres que pueden moverse dentro del conductor.

Si colocamos un conductor con q neta nula en una región con un campo eléctrico $\vec{E}^{EXT}$. Las cargas sufrirán una fuerza $\vec{F} = q\vec{E}^{EXT}$, que producirá su movimiento, en sentido y dirección del campo externo (opuesto si $q < 0$), hasta que lleguen a la superficie del conductor, donde se acumularán. El exceso de cargas dará lugar a la creación de $\vec{E}^{IND}$, con sentido contrario a $\vec{E}^{EXT}$.

El movimiento finalizará cuando $\vec{E}^{IND} = \vec{E}^{EXT}$, y el conductor estará en posición estática. $\vec{E} = 0$.

A consecuencia de que el campo sea nulo:

- 1º) $\vec{E} = 0$ en estado estático
- 2º) $V = cte$ en el material + superficie *potencial eléctrico*
- 3º) la carga neta en el interior del conductor es cero cuando está en estado estático (las cargas se distribuyen sobre su superficie)

- 4º) $\vec{E} \perp \vec{S}$ del conductor en estado estático. *perpendicular*

- 5º) $\vec{E}(\vec{r}) = \frac{\rho_s}{\epsilon_0} \hat{r}$, donde ρ_s es la distribución superficial y ϵ_0 la permitividad eléctrica en el vacío.

APANTALLAMIENTO

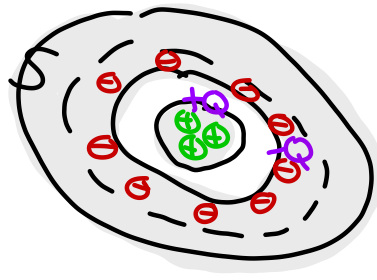
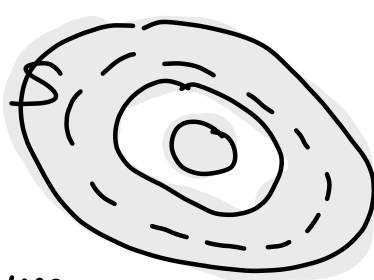
Son situaciones en las que un conductor engloba a otro. Un sistema de dos conductores en situación de apantallamiento recibe el nombre de condensador.

En un conductor existe un hueco en el que colocamos una carga q . En todo momento, la carga total del sistema debe ser nula, por lo que, como la carga en el hueco es $q > 0$, la carga en el conductor ha de ser $-q$.

Si el conductor no tiene carga inicial, habrá que aportársela de forma externa.

CAPACIDAD

En un condensador, si el conductor interior se carga positivamente con una carga q , y la superficie interior con una carga $-q$, al producirse una diferencia de carga se produce una diferencia de potencial ΔV entre los conductores. La capacidad es una magnitud que se define para dos conductores en situación de apantallamiento $C = \frac{|q|}{\Delta V}$, y se mide en faradios (F).



q es la carga en uno de los conductores

La capacidad depende de la geometría y tamaño del condensador y no de cuanta carga tenga en sus superficies. Si aumenta la carga, aumenta ΔV , y el cociente es el mismo.

¿Algun comentario o sugerencia para mejorar este recurso?



SCAN ME

CAMPO ELECTROSTÁTICO PRODUCIDO POR UN DISCO

El campo creado que crea un disco en cualquier punto de su eje será

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{\rho_s}{2\epsilon_0} \left(\frac{z}{|z|} - \frac{z}{\sqrt{a^2 + z^2}} \right) \hat{k}$$

En caso de ser un disco de radio infinito:

$$E(\vec{r}) = \frac{\rho_s}{2\epsilon_0} \frac{z}{|z|} \hat{k}$$

