

Tema 2: Oscilaciones y ondas.

¿Algún comentario o sugerencia para mejorar este recurso? 



Scan Me

Este tema estudiaremos:

1. ¿Qué es una onda?
 2. Los tipos de ondas
 3. La descripción matemática del movimiento ondulatorio
 4. La energía de una onda
 5. Los fenómenos ondulatorios
 6. Las ondas estacionarias
- 

1. ¿Qué es una onda? ¿Qué es una oscilación?

Una onda es una variación de alguna magnitud física que se propaga en el espacio-tiempo.

Encontramos ondas en todos los campos de la física. De esta forma, hablamos de ondas mecánicas (presión, posición, ...), térmicas, electromagnéticas o gravitatoria.

Este tema estudiaremos las ondas mecánicas armónicas!!! (Nota 1)

Los fenómenos físicos que se repiten en el tiempo se dicen que son **PERIÓDICOS**, siendo el **PERIODO** el tiempo transcurrido entre dos repeticiones consecutivas.

Cuando en un movimiento periódico se recorre la misma trayectoria, en un sentido u el otro respecto de una posición de equilibrio, decimos que es **OSCILATORIO**.

Dicho esto, podemos introducir el concepto de **ONDA ARMÓNICA**, es decir, una onda que oscila o una onda que realiza el mismo trayecto (en un sentido u otro) respecto a una posición de equilibrio

en un periodo.

Como curiosidad, las ondas no periódicas - con el análisis de Fourier - se pueden descomponer en la suma de ondas periódicas.

Antes de entrar en materia, veremos el movimiento armónico simple para repasar las oscilaciones y las magnitudes que la caracterizan.

EL MOVIMIENTO ARMÓNICO SIMPLE

El ejemplo más sencillo de un m.a.s son el movimiento de un péndulo o un muelle.

Decimos que una partícula que se mueve a lo largo del eje x sigue un m.a.s cuando la posición x de esta partícula en función del tiempo cumple la expresión:

$$\text{elongación (m)} \rightarrow \boxed{x(t)} = A \sin(\omega t + \varphi_0) \rightarrow \text{fase (rad)}$$

[A] Amplitud: la mayor distancia a la que la partícula se encuentra del origen durante el movimiento.

[ω] Frecuencia angular: es el ritmo con el que se repiten las oscilaciones.

[φ_0] Fase inicial: el argumento del seno en $t=0$.



Como la función $x(t)$ es periódica, al vencer una oscilación, la fase del siguiente ciclo será $\frac{2\pi\lambda}{\text{periodo}} + \omega t + \varphi_0$, $\lambda = 1, 2, 3, \dots$.

Por tanto, deducimos que el periodo es $\omega T = 2\pi$, donde T es el periodo es $T = \frac{2\pi}{\omega}$.

En los movimientos periódicos solemos definir una **FRECUENCIA** como el nº de veces que el movimiento se repite en una unidad de tiempo (un segundo).

$$\frac{1}{f} = T \quad \leftarrow \quad f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi} \quad \rightarrow \quad \omega = 2\pi f$$

La frecuencia se mide en Hz (oscilaciones por segundo).

En la expresión $x(t) = A \sin(\omega t + \phi_0)$ podemos reescribirla usando el coseno, $x(t) = A \cos(\omega t + \phi_0)$, donde ϕ_0 sería la fase inicial.

La relación de ϕ_0 (fase inicial seno) y ϕ_0 (fase inicial coseno) es:

$$\phi_0 = \phi_0 + \frac{\pi}{2}$$

VELOCIDAD

Las ondas se propagan a cierta velocidad. Para conseguir la función $v(t)$:

↓
VELOCIDAD DE PROPAGACIÓN

$$v(t) = \frac{dx}{dt} = A\omega \cos(\omega t + \phi_0) = A\omega \sin(\omega t + \phi_0).$$

Handwritten signature

La velocidad máxima se alcanza cuando el seno o el coseno vale 1, y la mínima cuando $\sin(\dots)$ y $\cos(\dots)$ vale 0.

La posición y velocidad inicial los podremos determinar cuando $t=0 \Rightarrow x_0 = A \sin(\phi_0); v_0 = A\omega \cos(\phi_0);$

Si x_0 lo multiplicamos por ω y dividimos entre v_0 , obtenemos la tangente de ϕ_0 :

$$\frac{x_0 \omega}{v_0} = \tan(\phi_0) \Rightarrow \text{Arctg}\left(\frac{\omega x_0}{v_0}\right) = \phi_0.$$



Y si v_0 se divide entre ω , se eleva al cuadrado y se suma con x_0^2 , obtenemos A^2 :

$$x_0^2 + \left(\frac{v_0}{\omega}\right)^2 = A^2 \sin^2(\phi_0) + A^2 \cos^2(\phi_0) = A^2 (\cancel{\sin^2(\phi_0)} + \cos^2(\phi_0)) = A^2 \cdot 1 = A^2$$

entonces: $A = \sqrt{x_0^2 + \frac{v_0^2}{\omega^2}}$.

Vemos así que la amplitud y fase inicial depende de las condiciones iniciales, mientras que la frecuencia angular no. A este fenómeno se le llama **ISOCRONISMO** - sea cual sea la amplitud, el movimiento oscilará con la misma frecuencia.

mov. arm. simple.

ACELERACIÓN

Además, los m.a.s. disponen de **ACELERACIÓN**:

$$a(t) = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} = -A\omega^2 \sin(\omega t + \phi_0) = -A\omega^2 \cos(\omega t + \phi_0).$$

La aceleración máxima viene dada por $a_{\max} = A\omega^2$.

Si relacionamos $x(t)$ con $a(t)$ obtenemos la aceleración en función de la posición: $a = -\omega^2 x$.

$$A \sin(\omega t + \phi_0) = x(t) \quad \text{y} \quad \boxed{-A\omega^2 \sin(\omega t + \phi_0) = a(t)} \xrightarrow{\text{despejo } A} A = -\frac{a(t)}{\omega^2 \sin(\omega t + \phi_0)}$$

②
Sustituyo

$$-\frac{a(t)}{\omega^2} = x(t) \Leftrightarrow \cancel{\omega^2 \cdot \text{sen}(\omega t + \phi_0)} = \cancel{\text{sen}(\omega t + \phi_0)} = x(t) \Leftrightarrow$$

$$-\frac{a(t)}{\omega^2} = x(t) \Leftrightarrow a(t) = -\omega^2 x(t) \Leftrightarrow \boxed{a = -\omega^2 x} \quad \square$$

DINÁMICA

Queda por ver la dinámica y energía cinética y potencial en el m.a.s.

La dinámica nos permite deducir el m.a.s. Con la segunda ley de Newton $F = m \cdot a$, donde $a = -\omega^2 x$, entonces $F = -m\omega^2 x$, podemos reescribirlo como $F = -kx$, donde $k = m \cdot \omega^2$ y es constante de rigidez / fuerza / elasticidad.

[+ libro p56 párrafo 3 y p57 párrafo 1].

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

Para concluir, hablamos de la energía cinética y potencial.

E. CINÉTICA Y POTENCIAL

Hemos visto que un m.a.s. precisa de una fuerza del tipo $F = -kx$, que es conservativa, por tanto, la energía potencial vendrá dada por: $E_p = \frac{1}{2} kx^2$ y la cinética por $E_c = \frac{1}{2} mv^2$.

Al haber solo fuerzas conservativas, $\exists E_m / E_m = E_p + E_c$.
Entonces:

$$E_m = \frac{1}{2} kx^2 + \frac{1}{2} m\omega^2 = \frac{1}{2} m\omega^2 A^2 (\cancel{\text{sen}^2(\omega t + \phi_0)} + \cancel{\cos^2(\omega t + \phi_0)}) \xrightarrow{+1}$$

$$E_m = \frac{1}{2} m\omega^2 A^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2E_m - kx^2}{m}} = \omega \sqrt{A^2 - x^2}$$

relación velocidad / posición.

VALOR E_m ↗

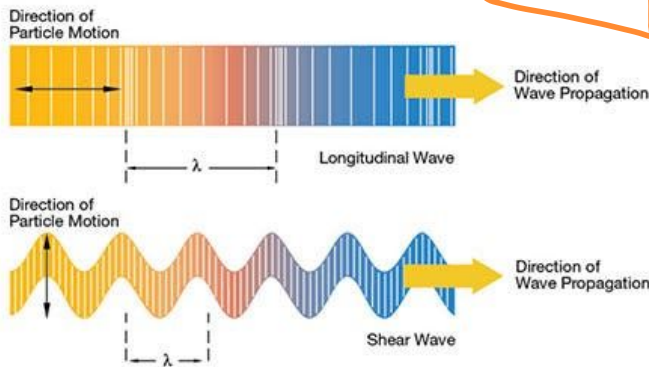
2. TIPOS DE ONDAS

Dependiendo de la magnitud que se propague y sus características, distinguimos:

TIPOS DE ONDAS

→ **ESCALARES** [la magnitud que se perturba es escalar. I.E. temperatura, densidad...]

→ **VECTORIALES** [lo mismo, pero vector, ej: ondas en una cuerda...]



LONGITUDINALES

la magnitud se propaga en paralelo a la dirección de propagación.

TRANSVERSALES

la magnitud propagada es perpendicular a la dirección de propagación.

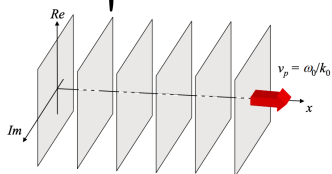
Las ondas vectoriales pueden ser también una mezcla de longitudinales y transversales.

En función de la dirección de propagación distinguimos:

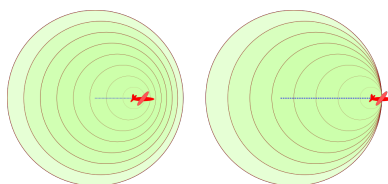
- Unidimensional → ej: ondas formadas por una cuerda
- bidimensional → ej: vibración cuerda de unarpa.
- tridimensional → ej: sonido de una ambulancia.

Según el frente de onda diferenciamos:

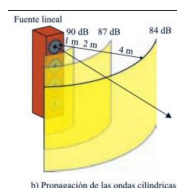
→ planos



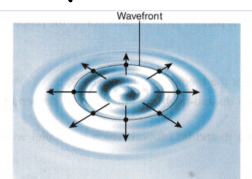
→ esféricos



→ cilíndricos



→ esféricos



Un **frente de onda** o **frente de ondas** se define como el lugar geométrico que une todos los puntos que, en un instante dado, se encuentran en idéntico estado de vibración, es decir, tienen igual **fase**.

fente: FÍSICALAB

(etcétera)

3. Descripción matemática del movimiento ondulatorio

Durante este tema nos centraremos en el estudio de las ondas planas.

Las ondas planas son aquellas cuyo frente de onda es plano.

- si se desplaza de izq. a derecha
↑ + si es al contrario.

Son de la forma $y(x,t) = g(t - \frac{x}{c})$, donde $g(\cdot)$ es una función cualquiera y $t - \frac{x}{c}$ una dependencia, con c siendo la velocidad a la que se propaga la onda.

El ejemplo más intuitivo de este tipo de onda son aquellas generadas por una cuerda tensa. Cuando un punto de la cuerda se mueve arriba o abajo, arrastra los puntos colindantes consigo.

ECUACIÓN DE ONDA PLANA

Todas las ondas planas de la forma $g(t - \frac{x}{c})$ cumplen la ecuación diferencial:

$$\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2}$$

se denomina ecuación de onda plana.

Una función genérica $y(x,t)$ que cumpla la ecuación, se podrá escribir como la suma de una onda desplazándose de izq. a derecha y der. a izquierda:

$$\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2} \Rightarrow y(x,t) = y_1(x - \frac{t}{c}) + y_2(x + \frac{t}{c}),$$

donde y_1 e y_2 dependerán de las condiciones iniciales y las de contorno.

ONDAS ARMÓNICAS

En el caso de que la perturbación sea armónica, la función que describa la onda será:

$$y(x,t) = A \sin(\omega(t - \frac{x}{c}) + \varphi_0)$$

Podemos reescribirla de varias formas:

Sabiendo que $\omega = \frac{2\pi}{T}$, si usamos T , la función queda como

$$y(x,t) = A \sin\left(\frac{2\pi}{T} \left(t - \frac{x}{c}\right) + \varphi_0\right) = A \sin\left(2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\frac{cT}{1}}\right) + \varphi_0\right)$$

es el producto de una velocidad por un tiempo

Por otro lado, sabiendo que T es el periodo y c la velocidad de propagación de la onda, definimos λ como la longitud de onda: $\lambda = cT$, reescribiendo la función como:

$$y(x,t) = A \sin\left(2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) + \varphi_0\right)$$

Las ondas armónicas son **doblemente periódicas**, respecto a la **posición** y al **tiempo**.

A parte de la longitud de onda, definimos el número de onda $k = \frac{2\pi}{\lambda}$, finalmente quedando la función como:

$\rightarrow$ alt $k = \frac{\omega}{c}$

$$y(x,t) = A \sin(\omega t \pm kx + \phi_0)$$

- de izquierda a derecha

+ de derecha a izquierda

Esta es la expresión de onda que ya vimos en cursos anteriores.

Algunos ejemplos de ondas armónicas son:



⊗ las ondas transversales en una cuerda sometida a tensión:

Si consideramos una cuerda tensada, en equilibrio, de masa despreciable, si se mueve un punto de la misma, los puntos colindantes se desplazarán.

la velocidad de propagación $c = \sqrt{\frac{T}{\rho_l}}$, donde ρ_l es la densidad lineal de la cuerda.

la ecuación de onda será de la forma $y(x,t) = A \sin(\omega t - kx)$.

la velocidad de onda vendrá dado por

$$v(x,t) = \frac{\partial y}{\partial t} = A\omega \cos(\omega t - kx).$$

la aceleración por $a(x,t) = \frac{\partial v}{\partial t} = \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = -A\omega^2 \sin(\omega t - kx)$

⊗ Ondas longitudinales en un fluido

Imaginemos un trozo de fluido de longitud (dx) y superficie (S) . Cuando por este trozo pasa una onda longitudinal, el trozo se moverá una distancia y se estirará y contraerá. En un instante, la distancia desplazada será (ϵ) (ϵ es la amplitud de la onda).

Siendo (c) la velocidad de propagación $c = \sqrt{\frac{k}{\rho_v}}$, con k el módulo de compresibilidad y ρ_v la densidad del fluido.

Si la perturbación es armónica, $y(x,t) = \epsilon \sin(\omega t - kx)$, con $[k = \frac{\omega}{c}]$.

4 ENERGÍA DE UNA ONDA

Potencia

Una onda armónica que incide sobre un medio de densidad (ρ_v) y superficie transversal a la propagación (S) , la potencia de onda será:

**pongo colores para diferenciar*

$$P = \frac{dEm}{dt} = \frac{1}{2} A^2 \omega^2 \rho_v S \frac{dx}{dt} = \frac{1}{2} A^2 \omega^2 \rho_v S c \text{ (Watts)}$$

Ej: Para una onda sonora $P = \frac{1}{2} \frac{\Delta P_0^2 S}{\rho_v c}$, donde ΔP_0 es la amplitud de sobrepresión

Intensidad de una onda

La potencia depende de la superficie considerada, por ello, en algunas situaciones nos es más útil usar la **INTENSIDAD DE UNA ONDA** como medida para hacer comparaciones entre

energías.

$$\text{la intensidad } I = \frac{P}{S} = \frac{1}{2} A^2 \omega^2 \rho v c$$

ABSORCIÓN

Hasta ahora hemos asumido que las ondas se propagan sin pérdidas de energía.

Sin embargo, en el medio siempre se absorbe algo de la energía de la onda, aunque a veces es despreciable.

Cuando la onda recorre una distancia (dx) , la absorción es proporcional a la intensidad de onda y distancia recorrida.

La intensidad absorbida provoca una variación de intensidad (dI) .

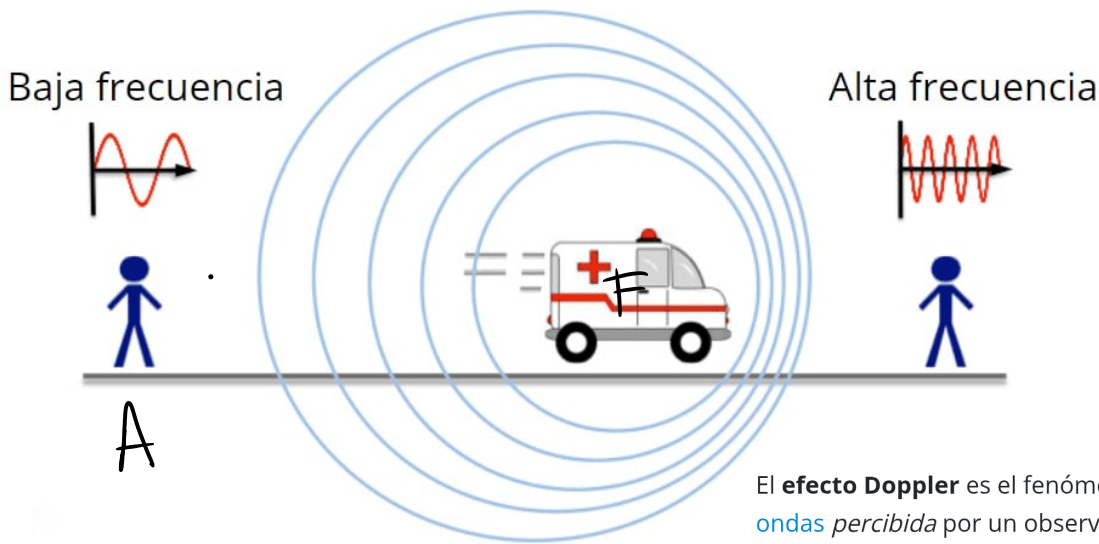
Experimentalmente se prueba que $\frac{dI}{dx} = -\beta I$, donde β es el coeficiente de absorción y el $-$ por la pérdida de energía.

Si relacionamos con la 2ª ley de Newton, la intensidad será $I(x) = I_0 e^{-\beta x}$.

β dependerá de la frecuencia de la onda que se propaga en el medio, normalmente aumentando a medida que sube la frecuencia.

5. Los fenómenos ondulatorios

Efecto Doppler



El **efecto Doppler** es el fenómeno por el cual la **frecuencia de las ondas** percibida por un observador varía cuando el foco emisor o el propio observador se desplazan uno respecto al otro. .

Fuente: Fisicalab

la relación entre la frecuencia percibida por el observador y el foco será:

$$f_o = \frac{c \pm v_o}{c \pm v_f} f_F$$

donde v_o es la velocidad de desplazamiento del observador y v_f la del foco. f_F es la frecuencia que emite el foco y f_o la que percibe el observador.

es $\oplus$ si el observador se mueve hacia el foco,
 $\ominus$ si se aleja.

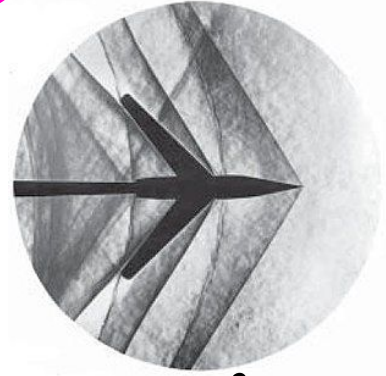
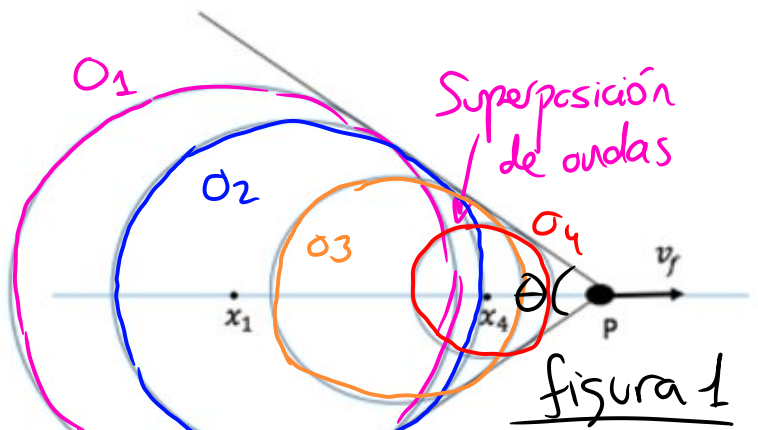
en $\oplus$ cuando el foco se aleja del observador y
 $\ominus$ cuando se acerca.

la norma general es que f_o aumenta cuando uno va hacia el otro. Y disminuye cuando se alejan



ONDA DE MACH

Se produce cuando el foco de la onda se mueve a mayor velocidad que la onda en el medio, dando lugar a frentes de ondas mucho mayores, por que las ondas se solapan.



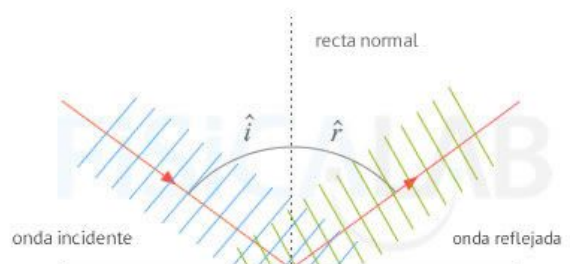
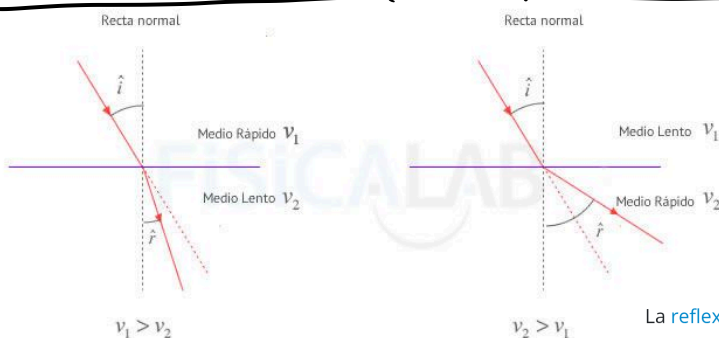
En la figura 1 vemos como aparece un cono, que forma un ángulo θ con la dirección de propagación.

Cuando la onda ha viajado una distancia ct , el foco habrá recorrido una distancia $v_F t$.

$$\text{sen } \theta = \frac{ct}{v_F t} = \frac{c}{v_F} \Rightarrow \theta = \arcsen\left(\frac{c}{v_F}\right)$$

El ejemplo más común de este fenómeno es el de "romper la barrera del sonido".

REFLEXIÓN Y REFRACCIÓN

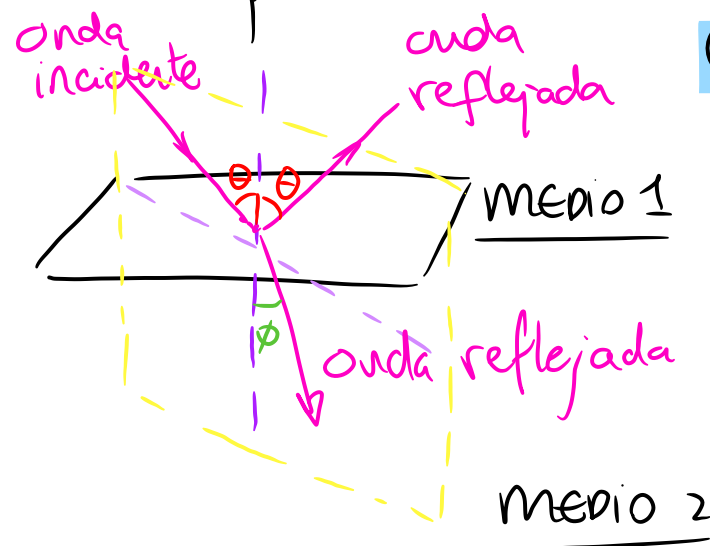


La **reflexión** y la **refracción** de las **ondas** son dos fenómenos que ocurren cuando una onda que se propaga en un determinado medio se encuentra con una superficie de separación con otro medio. En general, podemos decir que una parte de la onda incidente, una parte de su energía, se refleja y otra se refracta. Vamos a estudiar ambos fenómenos desde un punto de vista geométrico.

fuerza: físicaUAB.

Tres leyes son las que rigen este fenómeno:

⊗ Las direcciones de incidencia, reflexión, refracción y la normal a la superficie son coplanares (están en el mismo plano).



⊗ Cuando se produce una reflexión, el ángulo de incidencia y la reflejada, respecto de la normal, es la misma.

⊗ Cuando se produce una refracción, se cumple que $\frac{\sin \theta}{c_1} = \frac{\sin \phi}{c_2}$ Leyes de Snell

Quick-tip

la frecuencia de la onda no varía al cambiar el medio!

Hacemos uso de un parámetro denominado **ÍNDICE DE REFRACCIÓN**, definido como $n_1 = \frac{c}{c_1}$, donde c es la velocidad de propagación de referencia en el medio y c_1 la de la onda.

LEYES DE SNELL $\Rightarrow n_1 \cdot \sin(\theta) = n_2 \cdot \sin(\phi)$.

Visto esto, se pueden dar los siguientes casos:

⊗ Si $c_1 > c_2$, entonces $n_1 < n_2$, y por tanto $\theta > \phi$, es decir, la onda se acerca a la normal.

⊗ Si $c_1 < c_2$, entonces $n_1 > n_2$, y por tanto, $\theta < \phi$, la onda se aleja de la normal.

ÁNGULO LÍMITE

Si $c_1 < c_2$, entonces $n_1 < n_2$, y por tanto $\theta < \phi$. Existe un ángulo θ' tal que ϕ coincida con la superficie. A θ' se le conoce como ángulo límite, y se calcula haciendo $\arcsen\left(\frac{n_1}{n_2}\right) = \theta'$

SUPERPOSICIÓN E INTERFERENCIA

Cuando dos o más ondas coinciden en una región, sus contribuciones se suman, produciéndose la interferencia de ondas.

Dos ondas $y_1(x,t)$ e $y_2(x,t)$ conviven en una misma región, $y(x,t) = y_1(x,t) + y_2(x,t)$.

Veremos un caso sencillo.

$$\begin{array}{l} \boxed{\text{///}} \quad y_1(x,t) = A \sin(\omega t - kx) \\ \quad y_2(x,t) = A \sin(\omega t - kx + \phi) \end{array} \quad \left. \begin{array}{l} \text{Dos ondas planas,} \\ \text{misma dirección y sentido,} \\ \text{desfase } \phi. \end{array} \right\}$$

La suma $y(x,t) = y_1(x,t) + y_2(x,t) \Leftrightarrow$

$$y(x,t) = A \sin(\omega t - kx) + A \sin(\omega t - kx + \phi) \quad \xrightarrow{\text{* suma de senos}}$$

$$\boxed{\sin(\alpha + \beta) = \sin\left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right) \cos\left(\frac{\alpha - \beta}{2}\right)}$$

$$y(x,t) = 2A \cos\left(\frac{\phi}{2}\right) \sin\left(\omega t - kx + \frac{\phi}{2}\right).$$

- (*) Si $\phi = 0$, las ondas están en fase. Interferencia constructiva.
- (*) Si $\phi = \pi$, las ondas están en oposición de fase. INTERFERENCIA DESTRUCTIVA.

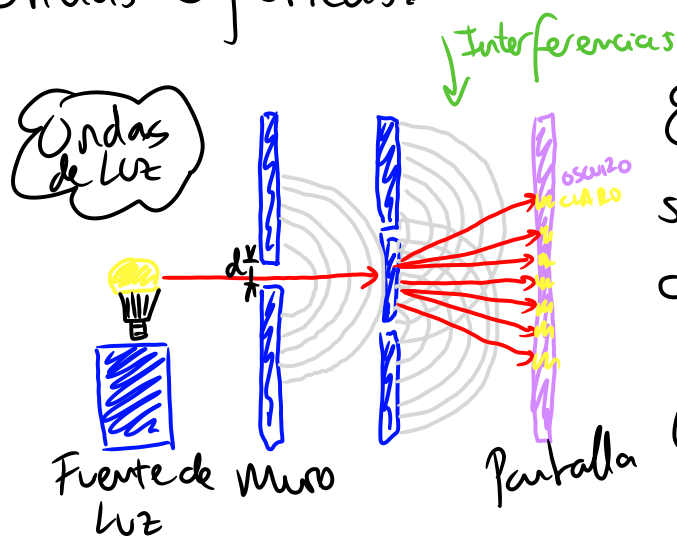
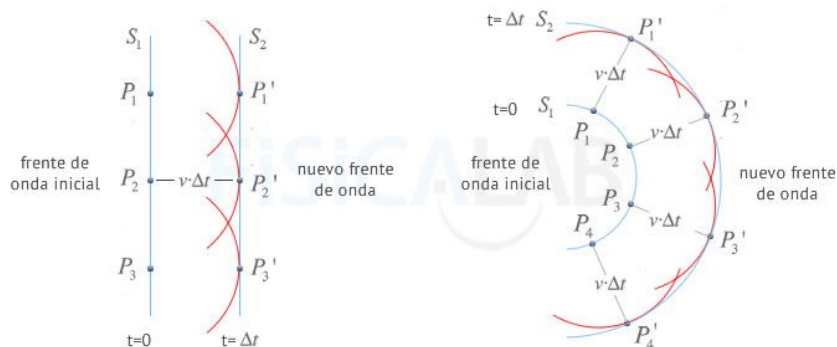
⊗ Si $\varphi = \frac{\pi}{2}$, se dan las ondas de cuadratura, de amplitud $\sqrt{2} A$.

más ejemplos en el libro.
Págs 84 - 88.

DIFRACCIÓN y Principio de Huygens.



El principio de Huygens establece que todo punto de un frente de onda es a su vez una fuente de ondas esféricas.



El fenómeno de la difracción se produce cuando el frente de onda se ve obstaculizado

Cuando se hace pasar la onda a través de una rendija de tamaño d comparable a la longitud de onda λ , a una distancia L de la rendija, la onda resultante será la suma de las ondas individuales provenientes de cada punto de la rendija.

Si $d \sim \lambda$ (d es similar a λ), a una distancia $L \gg d$ (L es mucho mayor que d), la onda resultante presentará un mínimo de amplitud en aquellos puntos que formen ángulos θ_n con el eje del sistema que cumplan $\boxed{\sin \theta_n = n \frac{\lambda}{d}}$, con n distinto de cero. En $n=0$ se da aprox. el 90% de la energía de la onda.

El ancho de este máximo central es por tanto $\boxed{\sin \theta_1 = \frac{\lambda}{a}}$.

Si la franja es circular, entonces $\boxed{\sin \theta_n = 1.22 n \frac{\lambda}{a}}$.

6. ONDAS ESTACIONARIAS

Llegamos al último apartado del tema. Las ondas estacionarias son aquellas interferencias de ondas de misma amplitud y frecuencia, que viajan en la misma dirección, pero sentidos opuestos, con unas determinadas situaciones de contorno.

En este caso, tenemos dos ondas de la forma
 $y_1(x,t) = A \sin(\omega t - kx + \varphi_1)$ e $y_2(x,t) = A \sin(\omega t + kx + \varphi_2)$.

La suma de las ondas queda como:

$$y(x,t) = 2A \cos(kx + \phi) \sin(\omega t + \varphi), \text{ con } \phi = \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{2} \text{ e } \varphi = \frac{\varphi_2 + \varphi_1}{2}.$$

$$y(x,t) = A(x) \sin(\omega t + \varphi), \text{ donde } A(x) = 2A \cos(kx + \phi)$$

Los puntos oscilan siguiendo un m.a.s, pero no con la misma amplitud, sino con una dependiente de la posición de ese punto.

Habrán puntos donde la amplitud será máxima e igual a $2A$, en decir, se produce cuando $\boxed{|\cos(kx + \phi)| = 1}$.

$$kx + \phi = 0, \pm\pi, \pm 2\pi, \dots = n\pi, \text{ con } n \in \mathbb{N}, 0 \in \mathbb{N}.$$

La posición de estos puntos será $\boxed{kx_n = n\pi - \phi \Rightarrow}$

$$x_n = \frac{n\pi}{k} - \frac{\phi}{k} \Rightarrow x_n = \frac{n\lambda}{2} - \frac{\phi\lambda}{2\pi}.$$

Estos puntos se denominan vientres.

y los puntos de amplitud nula, en decir, 0, se llamarán nodos, y se producirán cuando $|\cos(kx + \phi)| = 0$, en decir, $kx + \phi = \pm \frac{\pi}{2}, \pm \frac{3\pi}{2}, \dots = \frac{(2n+1)\pi}{2}$, con n entero (incluido el cero).

La posición de estos puntos será

$$kx_n = \frac{(2n+1)\pi}{2} - \phi \Rightarrow x_n = \frac{(2n+1)\pi}{2k} - \frac{\phi}{k} \Rightarrow x_n = \frac{(2n+1)\lambda}{4} - \frac{\phi\lambda}{2\pi}$$

La distancia entre dos nodos o vientres consecutivos es $\frac{\lambda}{2}$, y entre vientres y nodos, $\frac{\lambda}{4}$.

ONDAS CONTINUAS

Una situación muy habitual cuando se producen ondas estacionarias es cuando una onda armónica viaja hacia un medio finito hacia la derecha, llega al extremo y se refleja completamente. En esta situación se tendrá una onda en $x=0$ y otra en $x=L$. Estas condiciones se denominan de contorno.

Por ejemplo, este fenómeno se da en una cuerda con dos extremos. Si estos extremos permanecen fijos, entonces la onda en estos puntos tendrá amplitud cero. $y(x=0, t) = 0$; $y(x=L, t) = 0$.

(ver proc. en pág 92)

Tras imponer la primera condición de contorno, la onda estacionaria resulta como $y(x, t) = 2A \cos(kx - \frac{\pi}{2}) \sin(\omega t + \phi)$.

Imponiendo la segunda, obtenemos que $\lambda_n = \frac{2L}{n}$, y $f = n \frac{c}{2L}$. La primera frecuencia ($n=1$) se llama fundamental, los sucesores, armónicos.

Pero si un extremo está libre, entonces las condiciones de contorno serán:

$$y(x=0, t) = 0 \text{ e } y(x=L, t) = \text{máximo.}$$

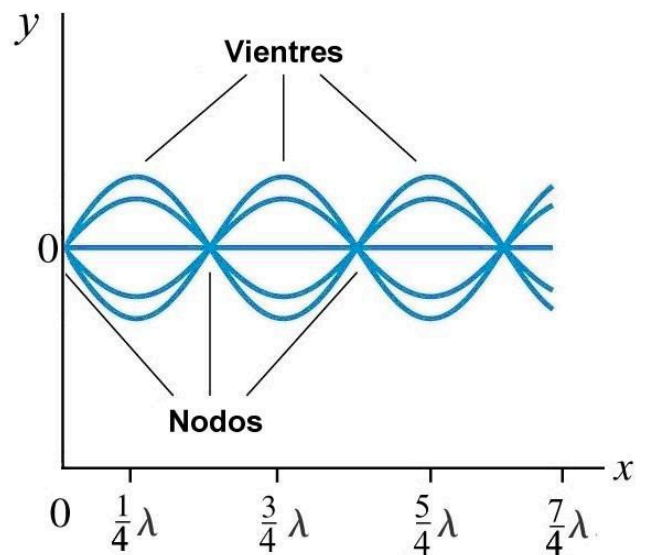
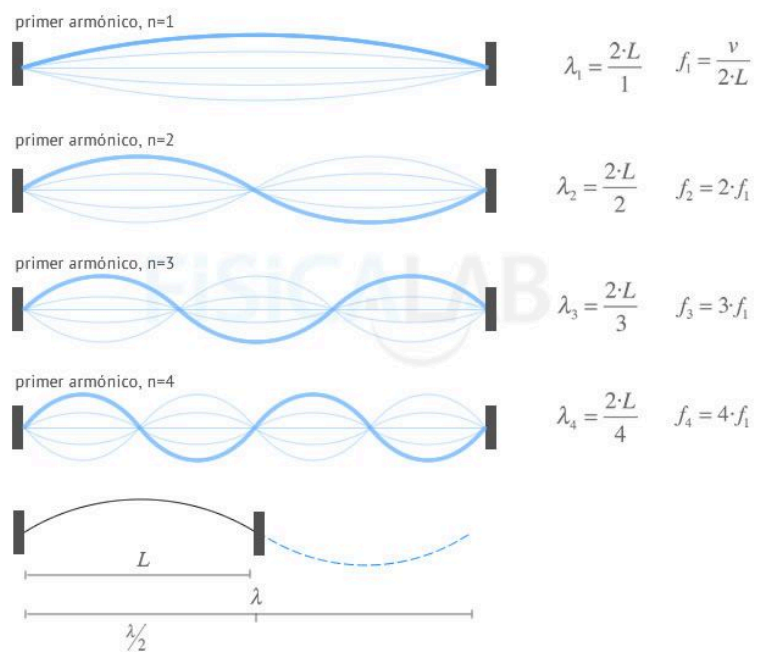
Tras aplicar la primera condición de contorno, la función onda queda como:

$$y(x, t) = 2A \cos\left(kx + \frac{\pi}{2}\right) \sin(\omega t + \phi), \text{ con } \phi = \frac{\pi}{2} \text{ para que la expresión sea más compacta.}$$

Imponiendo la segunda,

obtenemos que $\lambda_n = \frac{4L}{2n-1}$ y

que $f_n = \frac{(2n-1)c}{4L}$



Onda Estacionaria (extremo cerrado $x=0$)

Las f_n son las denominadas frecuencias fundamentales, y son en dichas frecuencias en las que se producen las ondas estacionarias con las condiciones que imponemos.

¿Algún comentario o sugerencia para mejorar este recurso?



Scan Me