

TEMA 1: REDES ELÉCTRICAS. LEYES DE KIRCHHOFF. ELEMENTOS DE CIRCUITO

Definimos **circuito eléctrico** como la interconexión de dispositivos o *elementos* eléctricos para la comunicación o transmisión de energía de un punto a otro.

Cuando hablamos de **analizar un circuito**, estamos diciendo que nos interesa saber cómo se comportan los distintos elementos que lo conforman como tal y su interacción entre ellos.

Para estudiar los circuitos, necesitamos saber algunos conceptos básicos: **carga, corriente, tensión, elementos de circuito, potencia y energía.**



CARGA Y CORRIENTE

La cantidad básica en un circuito eléctrico es la **carga eléctrica**.

Definimos **carga** como la propiedad eléctrica de las partículas atómicas de las que se compone la materia, se mide en coulomb (C).

Gracias a la física, sabemos que toda la materia se compone de bloques fundamentales llamados átomos, compuestos por piezas más pequeñas: electrones, protones y neutrones.

Los **electrones** y **protones** presentan carga negativa y positiva de magnitud $e = \mp 1.602 \cdot 10^{-19}$.

Una unidad de coulomb equivale a $6.24 \cdot 10^{18}$ electrones. Los valores que se usarán en el laboratorio son del orden de pico-, nano- o micro-.

Según las observaciones experimentales, las cargas que ocurren en la naturaleza son múltiplos enteros de la carga electrónica e .

La **ley de conservación de la carga** establece que la carga no puede ser creada ni destruida, solo transferida. La suma algebraica de las cargas eléctricas en un sistema no cambia.

Definimos el flujo de las cargas eléctricas como **corriente eléctrica**, la velocidad de cambio de la carga respecto al tiempo, medida en amperes (A).

Matemáticamente, la corriente eléctrica viene dado por:

$$i = \frac{dq}{dt} \text{ (A o C/s)}$$

La carga transferida entre dos instantes de tiempo:

$$Q = \int_{t_0}^t i dt$$

Si la corriente no cambia con el tiempo, permanece constante, se conoce como **corriente directa** (cd). Por convención, usamos el símbolo I para referirnos a este.

Por otro lado, si la corriente varía con el tiempo, se representará con el símbolo i y recibirá el nombre de **corriente alterna** (ca).

TENSIÓN

Para mover los electrones en un conductor necesitamos de una fuerza o energía que lo haga, la **fuerza electromotriz** (fem), **tensión** o **diferencia de potencial**.

La tensión entre dos puntos a y b en un circuito eléctrico es la energía necesaria para mover una carga unitaria desde $a \rightarrow b$:

$$v_{ab} = \frac{dw}{dq}$$

donde w es la energía en Joules (J) y q la carga en coulomb (C). La tensión se mide en volts (V) y equivale a 1 Joules/coulomb o 1 newton-metro/coulomb.

Usamos los signos + y – para definir la dirección o polaridad de la tensión de referencia.

Usamos el término de **señal** para referirnos a una cantidad eléctrica como una corriente o tensión. Que se usa para transmitir información.

Al igual que en la corriente eléctrica, si la tensión es constante – se representa como V – y alterna – se representa como v .

POTENCIA Y ENERGÍA

Aunque corriente y tensión son las dos variables básicas en un circuito eléctrico, no son suficientes por sí mismas. Necesitamos saber cuánta **potencia** puede manejar un dispositivo eléctrico.

Definimos **potencia** como la variación del tiempo de entrega o absorción de la energía, medida en watts (W).

$$p = \frac{dw}{dt} = vi$$

La última parte de la expresión la podemos sacar relacionando las ecuaciones anteriores.

A la potencia p se le llama **potencia instantánea**, es la cantidad que varía con el tiempo. Si es positivo, el dispositivo está suministrando energía a un elemento. Si es negativo, es el elemento el que suministra.

Para determinar la polaridad de la potencia, usamos la **convención pasiva de signos**, que establece que la corriente entra por la polaridad positiva de la tensión, entonces $p = +vi$, el elemento está absorbiendo energía. En el caso contrario, el elemento está liberando o suministrando potencia.

Por la **ley de la conservación de la energía** se cumple que:

$$\sum p = 0$$

La energía absorbida o suministrada por un elemento entre dos instantes de tiempo es:

$$w = \int_{t_0}^t p dt = \int_{t_0}^t vi dt$$

La **energía** se define como la capacidad para realizar trabajo, medida en Joules (J).

ELEMENTOS DE CIRCUITOS

Hay dos tipos de elementos eléctricos: **pasivos** y **activos**.

Los pasivos son aquellos que no son capaces de generar energía (ej. resistencias, capacitadores, inductores...), mientras que los activos sí (ej. generadores, baterías, amplificadores operacionales...).

Los elementos activos más importantes son las fuentes de tensión o de corriente, suministran potencia al circuito conectado a ellas. Distinguimos dos tipos:

- **Independientes ideales**, aquellos que suministran una tensión/corriente especificada, totalmente independiente de los demás elementos del circuito.
- **Dependientes ideales**, elemento activo en el que la magnitud de la fuente se controla por medio de otra tensión o corriente. Son 4:
 - FTCT – Fuente de tensión controlada por tensión.
 - FTCC – Fuente de tensión controlada por corriente.

- FCCT – Fuente de corriente controlada por tensión.
- FCCC – Fuente de corriente controlada por corriente.

Los símbolos de estas fuentes son:

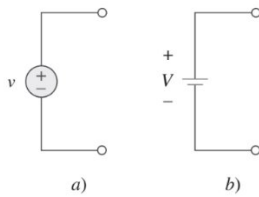


Figura 1.11
Símbolos para fuentes de tensión independientes: a) usado para tensión constante o que varía con el tiempo, b) usado para tensión constante (cd).



Figura 1.12
Símbolo para fuente de corriente independiente.

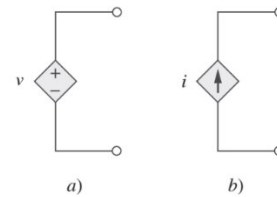


Figura 1.13
Símbolos de: a) fuente de tensión dependiente, b) fuente de corriente dependiente.

fuentes de las figuras: Libro de Sadiku

Nótese que hablamos de elementos ideales, es decir, de comportamiento perfecto, en el que el valor suministrado coincide plenamente con el indicado nominalmente por la fuente. Sin embargo, la realidad es distinta. Por ejemplo, las resistencias, a pesar de indicar nominalmente un valor, estos pueden presentar mayor o menor impedancia (dentro de un margen de error permitido).

Una fuente de tensión ideal producirá cualquier corriente necesaria para asegurar que la tensión entre los terminales sea la requerida, mientras que las fuentes de corriente ideal producirán la tensión necesaria para asegurar el flujo de corriente establecido.

Las fuentes no solo suministran potencia al circuito, sino que también pueden absorberla.

LEY DE OHM

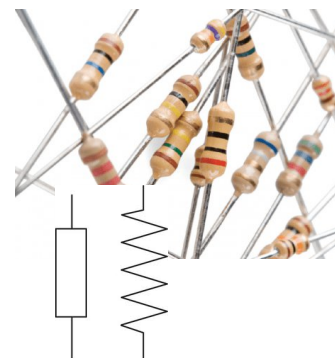
Definimos **resistencia** como la capacidad de resistir la corriente o flujo de carga eléctrica, se representa por el símbolo R y su unidad es el Ohmio (Ω).

La resistencia de cualquier material depende del área de sección transversal uniforme A y de su longitud l :

$$R = \rho \frac{l}{A}$$

Siendo ρ la **resistividad** del material en ohm-metros.

Para modelar el comportamiento de resistencia a la corriente de un material hacemos uso de un **resistor**, es el elemento pasivo más sencillo.



A Georg Simon Ohm se le atribuye el descubrimiento de la relación entre corriente y voltaje en un resistor: la **ley de Ohm**.

La ley de Ohm establece que el voltaje v en los extremos de un resistor es directamente proporcional a la corriente i que fluye a través de él.

$$v \propto i$$

Ohm definió la constante de proporcionalidad de un resistor como la resistencia, R . La ecuación anterior se convierte en:

$$v = iR$$

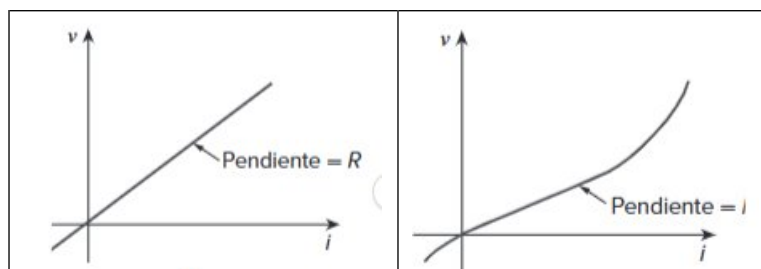
Cuando aplicamos la **ley de Ohm** tenemos que considerar la dirección de la corriente y la polaridad del voltaje: si la corriente fluye de un potencial (“tensión”) mayor a uno menor: $v = iR$, en caso contrario $v = -iR$.

El valor de la resistencia R puede variar de cero a infinito:

- Un elemento con resistencia nula ($R = 0\Omega$) recibe el nombre de **cortocircuito**.
- Si tiene resistencia infinita ($R = \infty$), recibe el nombre de circuito abierto.

Los resistores pueden tener un valor fijo o variable, y se usan cuando se necesita una gran resistencia.

No todos los resistores se rigen por la **ley de Ohm**, solo aquellos que reciben el nombre de **resistor lineal**. Esos son aquellos cuya resistencia es constante, y por ello, su característica de corriente-voltaje es como se muestra en la siguiente gráfica: una línea recta que pasa por el origen.



Los resistores no lineales (como bombillas o diodos) son aquellos cuya resistencia varía con la corriente.

Es cierto que, en ciertas condiciones, todos los resistores prácticos pueden tener un comportamiento no lineal, pero para esta asignatura asumimos que todos los resistores son lineales.

Definimos **conductancia** como el recíproco de la resistencia, una medida que nos dice lo bien que un elemento conducirá la corriente eléctrica. Se mide en

mho (ohm escrito al revés) o *siemens* y se representa con el símbolo Ω o S respectivamente.

$$G = R^{-1} = \frac{i}{v}$$

La **potencia que disipa un resistor** se puede expresar en términos de R :

$$p = vi = i^2 R = \frac{v^2}{R}$$

O en términos de la conductancia G :

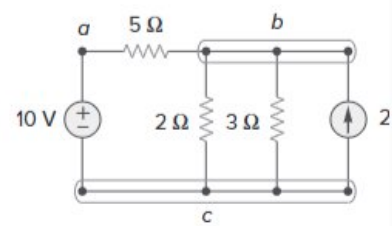
$$p = vi = v^2 G = \frac{i^2}{G}$$

La potencia disipada en un resistor es una función lineal de la corriente o del voltaje, y como R y G son cantidades positivas, la potencia disipada en un resistor siempre es positiva, es decir, que es un elemento que siempre absorbe potencia del circuito.

NODOS, RAMAS Y LAZOS O MALLAS

Los elementos del circuito tienen vida social, por eso se interconectan. Así que tenemos que estudiar algunos conceptos de topología de redes.

Tenemos que distinguir un circuito de una red: el último lo podemos considerar como una interconexión de elementos o dispositivos, mientras que el primero como una red que proporciona una o más trayectorias cerradas. Aunque en este contexto, “red = circuito”.



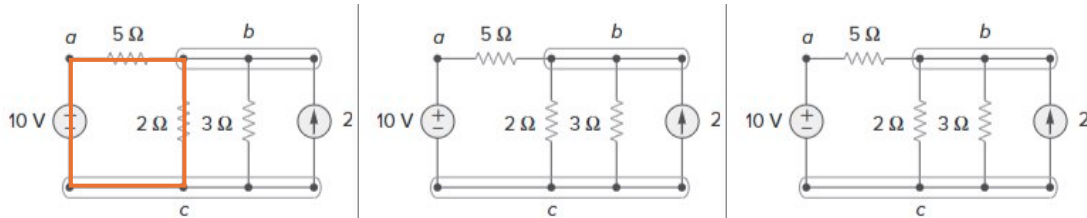
En topología de redes estudiamos las propiedades relacionadas con la ubicación de elementos en la red y con la configuración geométrica de la red: ramas, nodos y lazos o mallas.

- Una **rama** representa un solo elemento de dos terminales. En el circuito de arriba vemos que hay cinco ramas: la fuente de voltaje, la fuente de corriente y los tres resistores.
- Un **nodo** es el punto de conexión entre dos o más ramas, son los puntitos que aparecen en el circuito. Pero ¡ojo! Si un cortocircuito conecta (alambre de conexión) conecta dos nodos, ambos nodos constituyen un solo nodo. En el circuito de arriba vemos que hay tres nodos: a, b y c.
- Un **lazo o malla** es cualquier trayectoria cerrada en un circuito: pasa por una serie de nodos y regresa al nodo inicial sin volver a pasar más de

una vez por cualquier nodo.

Un lazo es **independiente** si contiene al menos una rama que no forme parte de ningún otro lazo independiente. Cada lazo independiente da como resultados conjuntos de ecuaciones independientes.

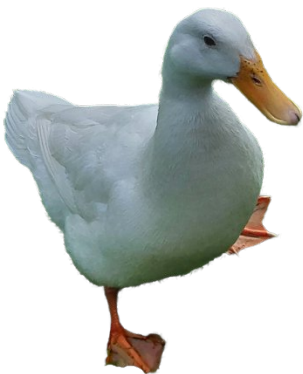
Del circuito de arriba podemos considerar varias mallas, están resaltadas con las líneas naranjas.



Consideramos que dos elementos están **en serie** si comparten exclusivamente un solo nodo y, en consecuencia, conducen la misma corriente.

Por otro lado, dos o más elementos están **en paralelo** si están conectados a los dos mismos nodos y, en consecuencia, tienen el mismo voltaje entre sus terminales.

Del circuito que vemos, tenemos que la fuente de tensión y la resistencia de $5\ \Omega$ están en serie y las otras dos resistencias y la fuente de corriente están en paralelo.



LEYES DE KIRCHHOFF

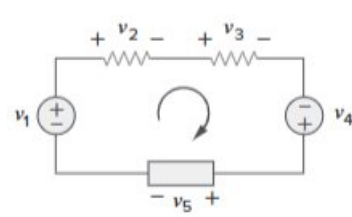
Si pudiéramos analizar los circuitos solo con la *ley de Ohm*, el mundo sería un lugar más feliz. Pero también es cierto que no gozaríamos de todos los avances electrónicos que tenemos a nuestra disposición.

Por ello estudiaremos también las **leyes de Kirchhoff**, introducidas por el físico Gustav Robert Kirchhoff. Son dos: la *ley de corriente de Kirchhoff* (por sus siglas LCK) y *ley de voltaje de Kirchhoff* (LVK).

La *ley de corriente de Kirchhoff* se basa en la ley de conservación de la carga, establece que la suma de las corrientes que entran a un nodo es igual a la suma de las corrientes que salen del nodo.

La aplicación de LCK se puede extender también a fronteras, es decir, podemos “agrupar nodos” y determinar que la suma de corrientes que entran en una región es la misma a la que sale.

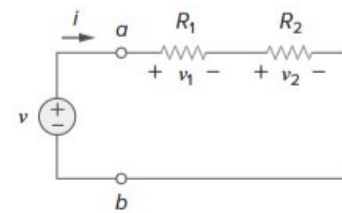
La *ley de voltaje de Kirchhoff* se basa en el principio de conservación de la energía, establece que la suma de todas las caídas de voltaje es igual a la suma de las elevaciones de voltaje a lo largo de una malla.



En el circuito que vemos a la derecha, si analizamos la malla en sentido horario empezando por la fuente de tensión de la izquierda, la LVK produce $v_2 + v_3 + v_5 = v_1 + v_4$.

RESISTORES EN SERIE Y DIVISIÓN DE VOLTAJE

Se destaca que la **resistencia equivalente** de cualquier número de resistores conectados en serie (aquellos por los que circula la misma corriente) será la suma de las resistencias individuales.



Si demostramos este principio, daremos también con un concepto de especial interés, el **divisor de tensión**.

Si aplicamos LVK a la malla, tenemos que $v = v_1 + v_2$, es decir que $i = \frac{v}{R_1 + R_2}$, determinando que $v = i(R_1 + R_2) = iR_{eq}$. Ahora, si despejamos la expresión anterior en $v_1 = iR_1$ y $v_2 = iR_2$, obtenemos las expresiones:

$$v_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} v \text{ y } v_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} v$$

Donde observamos que la tensión en la fuente v se divide entre los resistores en proporción directa a sus resistencias, **principio de división de tensión**.

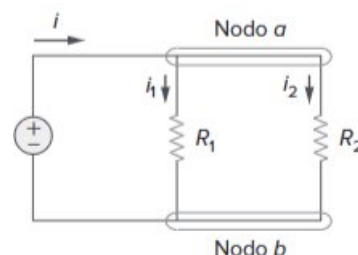
En general, si un divisor de tensión tiene N resistores en serie con la tensión en la fuente v , el n-ésimo resistor (R_n) tendrá una caída de tensión de $v_n =$

$$\frac{R_n}{R_1 + R_2 + \dots + R_N} v.$$

RESISTENCIAS EN PARALELO Y DIVISIÓN DE CORRIENTE

Mirando el circuito de la derecha, vemos que dos resistores están conectados en paralelo y, por tanto, tienen la misma tensión.

Con la *ley de Ohm* obtengo que $v = i_1 R_1 = i_2 R_2$ donde despejo que $i_1 = v/R_1$ e $i_2 = v/R_2$



Aplicando LCK al nodo a obtengo que la corriente total $i = i_1 + i_2$, es decir,

$$i = v/R_1 + v/R_2 = v(R_1^{-1} + R_2^{-1}) = v/R_{eq}$$

Donde R_{eq} corresponde a la resistencia equivalente de los resistores en

paralelo: $R_{eq}^{-1} = R_1^{-1} + R_2^{-1}$, simplificando con el mínimo común, $R_{eq} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$.

Por tanto, la resistencia equivalente de **dos** resistores en paralelo es igual al producto de sus resistencias dividido entre su suma.

Ahora, sabiendo que $v = iR_{eq} = i \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$, despejo $i_1 = i \frac{R_2}{R_1 + R_2}$ y $i_2 = i \frac{R_1}{R_1 + R_2}$.

La corriente i es compartida por los resistores en proporción inversa a sus resistencias, **principio de división de corriente**. Circulará más corriente por la menor resistencia.

Si nos paramos a mirar con más detenimiento lo que hemos hecho, observamos que hemos obtenido la expresión de la resistencia equivalente para el caso particular de dos resistores en paralelo sumando sus conductancias.

Por tanto, sabiendo que $G_{eq} = 1/R_{eq}$, la conductancia equivalente para N resistores en paralelo es simplemente la suma de sus conductancias individuales, $G_{eq} = G_1 + G_2 + \dots + G_N$.

Para resistores en serie, la conductancia equivalente para N se calcula igual que las resistencias equivalentes en paralelo:

$$G_{eq}^{-1} = G_1^{-1} + G_2^{-1} + \dots + G_N^{-1}$$