

Transmisión de Ondas. Problemas Radiación y Antenas.

1. Obtener la ganancia directiva y la directividad de un dipolo hertziano.
2. Determinar la resistencia de radiación de un dipolo hertziano.
3. Una antena lineal con alimentación central posee una longitud de 25 cm, está trabajando a 600 MHz, y radia una potencia media total de 475W. Obtener las intensidades de campo eléctrico y magnético en un punto situado a 1000m de distancia, considerar $\theta = \pi/2$ y $\phi = 0$.
4. Dos dipolos de media onda paralelos están separados 150 m. El dipolo transmisor radia 2 KW a una frecuencia de 300 MHz. Obtener la potencia recibida por el dipolo receptor. Repetir el cálculo suponiendo que las dos antenas son dipolos hertzianos.
5. Una onda plana de longitud de onda λ incide sobre un dipolo eléctrico. El eje del dipolo forma un ángulo θ con la dirección de propagación de la onda. Hallar el área efectiva que presenta el dipolo, $A_e(\theta)$.
6. Hallar el área efectiva máxima de un dipolo de $\lambda/2$ que opera a 30 MHz. ¿Qué potencia recibe el dipolo de una onda incidente plana con una intensidad de campo eléctrico 2 mV/m?
7. En un enlace a 10 millas de distancia se utilizan dos antenas parabólicas idénticas de ganancia $G_D = 30$ dB (se suponen bien orientadas). La antena transmisora radia una potencia de 500 W. Calcular: a) Potencia recibida b) Magnitud del campo eléctrico incidente en la antena receptora.
8. Obtener la intensidad de campo eléctrico a 10 Km de distancia de una antena con ganancia directiva 5 dB y que irradia una potencia total de 20 KW.
9. Una antena transmisora ($G_D = 25$ dB) y otra receptora ($G_D = 18$ dB) están separadas una distancia de 200λ entre sí. Si la potencia mínima requerida en el receptor es de 5mW, calcular la potencia mínima que se debe transmitir.
10. Obtener la directividad de una antena que posee una intensidad de radiación dada por la expresión:

$$U(\theta, \phi) = \begin{cases} 2 \sin \theta \sin^3 \phi & 0 \leq \theta \leq \pi \quad 0 \leq \phi \leq \pi \\ 0 & \text{otro caso} \end{cases}$$

11. Una antena de la estación terrestre de un enlace de comunicación vía satélite tiene una ganancia de 55 dB a 14 GHz y apunta a un satélite geoestacionario a 36.500 Km de distancia. La antena del satélite tiene una ganancia de 35 dB y transmite la señal de regreso a la estación terrestre a 12 GHz. La señal mínima útil es de 8 pW para asegurar la transmisión de información entre las antenas.
 - (a) Determinar la potencia de transmisión mínima requerida en la antena del satélite.
 - ~~(b) Calcular la potencia de pico del pulso transmitido necesaria en la estación terrestre para detectar el satélite como objeto pasivo con una sección recta de radar (incluyendo sus paneles solares) de 25 m². En estas condiciones, para la antena terrestre la potencia mínima detectable del pulso de retorno es de 0.5 pW.~~

fuera de temario

fuera de temario

~~12. Un radar posee una antena con un área efectiva $A_e = 4\text{ m}^2$ siendo la frecuencia de trabajo 3 GHz. Funcionando en transmisión se alimenta con una potencia de 50 KW con una eficiencia del 90%. En recepción detecta señales de al menos 1.5 pW y posee un coeficiente de reflexión en potencia de 0.05. ¿Cuál es la máxima distancia a la que se detectarán objetos con una sección recta de radar de 1 m^2 ?~~

~~13. Obtener la intensidad de campo eléctrico a 10 Km de distancia de una antena con ganancia directiva 5 dB y que irradia una potencia total de 20 KW.~~

i el 13 es el 8!

14. Una antena de $\lambda/2$ de longitud 1m, se sitúa en lo alto de un montículo de altura 200m respecto al nivel del suelo y se alimenta con una intensidad $I_0 = 3\text{ A}$. A una distancia horizontal de 1 Km y a nivel del suelo, se tiene un dipolo eléctrico de longitud 5cm. En la posición del dipolo hertziano, calcular:

- a) Fases del campo eléctrico expresado en componentes esféricas y cartesianas.
- b) Densidad de potencia.
- c) Potencia transferida a la carga por el dipolo eléctrico.

15. Una antena lineal opera a 100 MHz. Se requiere:

- a) Una densidad de potencia mínima de 2 mW/m^2 en un punto situado a una distancia de 1 Km y un ángulo de elevación de 45° .
- b) Una densidad de potencia mínima de 1 mW/m^2 a 2 Km de distancia en el plano ecuatorial.

Determinar si es posible con una antena de $\lambda/2$. En caso afirmativo calcular: a) intensidad de alimentación mínima, b) valor de los campos en los puntos de interés, c) potencia total radiada.

16. En una red de baja potencia y área amplia (LoRaWAN) se utilizan antenas emisoras y receptoras tipo dipolo con una ganancia G_D ($\theta = \pi/2$) = 5 dB. La frecuencia de trabajo es de 2.4 GHz, la potencia de emisión es de 100 mW. Estando las antenas emisora y receptora orientadas en la vertical y situadas en el mismo plano horizontal sin obstáculos, el alcance de los enlaces es de 7 Km.

- a) Explique las ventajas e inconvenientes de cambiar las antenas tipo dipolo por antenas directivas tipo yagi.
- b) En el caso de utilizar unas antenas (emisora-receptora bien orientadas) con ganancia $G_D = 15\text{ dB}$, ¿Cuál sería el alcance?

17. En un enlace de microondas operando a la frecuencia de 7 GHz, el transmisor tiene una ganancia de 15 dB y la antena receptora una ganancia de 20 dB. Calcular la potencia recibida cuando el emisor radia 30 W y el receptor está situado a 50 Km de distancia. Comentar porque en la práctica es de esperar que la potencia recibida sea diferente de la calculada.

18. Considerar un transmisor que es una antena directiva situada en la Luna apuntando hacia la Tierra con una ganancia $G_D = 35\text{ dB}$. La frecuencia de trabajo es de 6.5 GHz y se radia una potencia de 10 KW. Considerando que la distancia Tierra-Luna es de unos 384000 Km, calcular el valor de los campos E y H, y la densidad de potencia sobre la superficie terrestre. ¿Qué potencia transfiere a la carga una antena receptora con $G_D = 40\text{ dB}$?

1. Obtener la ganancia directiva y la directividad de un dipolo hertziano.

Atun

Partimos del promedio temporal del vector de Poynting:

$$\bar{P} = \frac{1}{2} \operatorname{Re} [\mathbf{E} \times \mathbf{H}^*] = \frac{1}{2} \left[\frac{I_0 \Delta l \beta}{4\pi R} \right]^2 \eta_0 \sin^2 \theta$$

Con $\bar{P}$ calculado, defino U como la intensidad de radiación:

$$U = R^2 \bar{P} = \frac{(I_0 \Delta l)^2}{32\pi^2} \eta_0 \beta^2 \sin^2 \theta$$

y finalmente la ganancia directiva como

$$D(\theta, \phi) = \frac{4\pi U(\theta, \phi)}{\oint \bar{P} \cdot d\mathbf{s}} = \frac{3}{2} \sin^2 \theta$$

→ potencia de radiación

La directividad se define como el valor máximo de $D(\theta, \phi)$, esto es cuando $\theta = \frac{\pi}{2}$:

$$D_{\max} = D\left(\frac{\pi}{2}, \phi\right) = 1.5.$$

2. Determinar la resistencia de radiación de un dipolo hertziano.

Atun

La potencia de radiación se define como $\int \bar{P} d\mathbf{s}$. Para un dipolo hertziano, $P_r = \int \bar{P} d\mathbf{s} = \frac{(I_0 \Delta l \beta)^2}{12\pi} \eta_0$.

Sabiendo que $P = \frac{1}{2} VI$, y con la ley de Ohm, $P = \frac{1}{2} I^2 R$.

Ajustando los datos tengo que

$$P_r = \frac{1}{2} I_0^2 R_r = \frac{(I_0 \Delta l \beta)^2}{12\pi} \eta_0 \iff R_r = \frac{2}{3} \pi \eta_0 \left(\frac{\Delta l}{\lambda} \right)^2$$

↑
despejo R_r

3. Una antena lineal con alimentación central posee una longitud de 25 cm, está trabajando a 600 MHz, y radia una potencia media total de 475 W. Obtener las intensidades de campo eléctrico y magnético en un punto situado a 1000 m de distancia, considerar $\theta = \pi/2$ y $\phi = 0$.

Atun

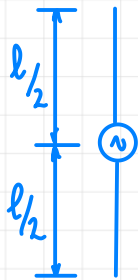
DATOS

$$l = 25 \text{ cm}$$

$$f = 600 \text{ MHz}$$

$$P_r = 475 \text{ W}$$

Antena lineal con
alimentación central:



PIDEN

* Intensidad del campo eléctrico y magnético
en $R = 1000 \text{ m}$, $\theta = \frac{\pi}{2}$ y $\phi = 0$.

COMPROBAMOS TIPO DE ANTENA

$$\text{Con } f = 600 \text{ MHz} \Rightarrow \lambda = \frac{2\pi}{\beta}; \beta = \frac{2\pi f}{v_p}; \lambda = \frac{v_p}{f} \quad (\text{Asumo que } v_p = c)$$

tengo que $\lambda = \frac{3 \cdot 10^8}{6 \cdot 10^8} = 0.5 \text{ m}$ es la longitud de onda.

La antena tiene la mitad, entonces es una antena de media onda.

CALCULAMOS E_θ

Con los datos que tenemos, calculamos primero $F(\theta) = \frac{\cos(\beta l \cos \theta)}{\sin(\theta)} \Rightarrow$
con $\theta = \frac{\pi}{2}$ tengo que $F(\frac{\pi}{2}) = 1$.

Para una antena de media onda, la directividad es $D(\theta, \phi) = 1.64 F(\theta)^2$,
en nuestro caso, $D = 1.64$.

Sabemos que la directividad es: $D(\theta, \phi) = \frac{4\pi U_{\max}}{P_r} \Leftrightarrow$ despejo $U_{\max}$,
la intensidad de radiación máxima y obtengo que: $U_{\max} = \frac{D(\theta, \phi) \cdot P_r}{4\pi}$.

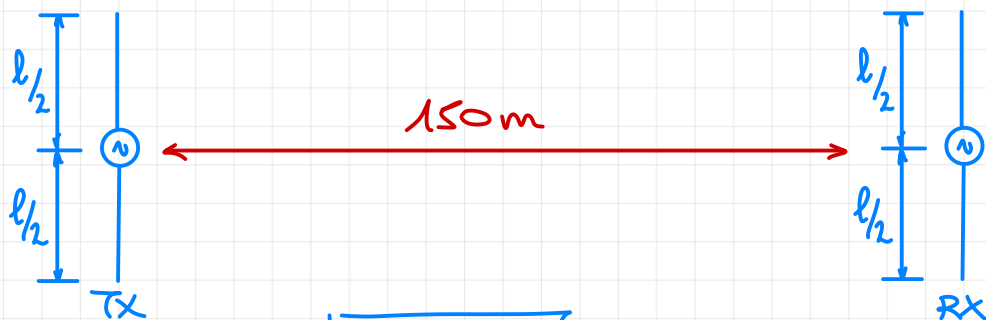
Del ejercicio anterior, sé que $U = R^2 \bar{P}$, y con $\bar{P} = \frac{|\tilde{E}_0|^2}{2\eta_0}$ para dipolos de
media onda, despejo $|\tilde{E}_0|$, la amplitud del campo eléctrico:

$$|\tilde{E}_0| = \sqrt{\frac{D(\theta, \phi) \cdot P_r \cdot \eta_0}{2\pi R^2}} = 0.216 \text{ V/m}$$

Con la relación $|\tilde{E}_d| = \eta_0 |\tilde{H}_d|$, saco que $|\tilde{H}_0| = 0.573 \text{ mA}$.

4. Dos dipolos de media onda paralelos están separados 150 m. El dipolo transmisor radia 2 KW a una frecuencia de 300 MHz. Obtener la potencia recibida por el dipolo receptor. Repetir el cálculo suponiendo que las dos antenas son dipolos hertzianos.

Alfaro



CASO 1

DAZOS

$$P_T = 2 \text{ kW}$$

$$f = 300 \text{ MHz} \rightarrow \lambda = \frac{c}{f} = 1 \text{ m} \rightarrow l/2 = 0.5 \text{ m} = l \rightarrow l/2 = 0.25 \text{ m}$$

* ¿Potencia recibida en RX?

Asumimos que las antenas no tienen pérdidas, entonces, $P_r = P_c$, siendo P_c la potencia transmitida por la antena TX.

Usando la forma alternativa de transmisión de Friis, tengo que:

$$\frac{P_L}{P_T} = \frac{G_{TX} G_{RX} \lambda^2}{(4\pi r)^2} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} P_L \text{ es la potencia recibida,} \\ \lambda = 1 \text{ m} \rightarrow \lambda^2 = 1 \\ r = 150 \text{ m} \\ G_{TX} = G_{RX} = 1.64 \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} P_L = \frac{G_{TX}^2 \lambda^2 P_T}{(4\pi r)^2} \end{array} \right.$$

↑
son dipolos $l/2$,
del ej. anterior rescatado
que $D(\theta, \phi) = 1.64$,
asumo $\theta = \pi/2$ y $\phi = 0$.

$$P_L = 0.00151 \text{ W}$$

CASO 2

En el segundo caso trabajamos con dipolos hertzianos. Todo se mantiene igual, menos las ganancias directivas de ambas antenas: $G_D = \frac{3}{2} \sin^2 \theta$ (para dp. hertz.).

$$\text{Con } \theta = \frac{\pi}{2}, G_D = 1.5 = G_{TX} = G_{RX}.$$

$$\text{Entonces, } P_L = \frac{G_D^2 \lambda^2 P_T}{(4\pi r)^2} = 0.00127 \text{ W}$$

5. Una onda plana de longitud de onda λ incide sobre un dipolo eléctrico. El eje del dipolo forma un ángulo θ con la dirección de propagación de la onda. Hallar el área efectiva que presenta el dipolo, $A_e(\theta)$.

Arthur

Por definición, el área efectiva es la razón de la potencia media P_L , suministrada a una carga adaptada, a la densidad de potencia media temporal $\bar{P}$:

$$A_E = \frac{P_L}{\bar{P}} \text{ [m}^2\text{]}$$

Ahora, la onda electromagnética que incide sobre la antena la excita, induciendo un voltaje V_{oc} :

$$V_{oc} = \int E_{\text{incidente}} dl \underset{\substack{\uparrow \\ E_{\text{incidente}} = \text{cte}}}{=} E_{\text{incidente}} dl \sin \theta$$

Para desarrollar la expresión general, asumo que trabajo con un dipolo hertziano.

$$\text{La potencia suministrada a la carga } P_L = \frac{1}{2} \left(\frac{|V_{oc}|}{2R_r} \right)^2 = \frac{|V_{oc}|^2}{8R_r} = P_L.$$

Para dipolos hertzianos, $R_r = 80\pi^2 \left(\frac{dl}{\lambda} \right)^2$ y $V_{oc} = E_{\text{incidente}} dl \sin \theta$, y tengo que

$$P_L = \frac{E_i^2}{640\pi^2} (\lambda \sin \theta)^2$$

Ahora, dividimos $P_L / \bar{P}$, con $\bar{P} = \frac{E_i^2}{2\eta_0}$:

$$A_E = \frac{3}{8\pi} (\lambda \sin \theta)^2$$

y con $G_D(\theta, \phi)$ para dipolos hertzianos,

$$G_D(\theta, \phi) = \frac{3}{2} \sin^2(\theta)$$

Obtenso A_E genérico: $A_E(\theta, \phi) = \frac{\lambda^2}{4\pi} G_D(\theta, \phi)$

6. Hallar el área efectiva máxima de un dipolo de $\lambda/2$ que opera a 30 MHz. ¿Qué potencia recibe el dipolo de una onda incidente plana con una intensidad de campo eléctrico 2 mV/m?

Atun

DATOS

$$f = 30 \text{ MHz} \rightarrow \lambda = \frac{c}{f} = 10 \text{ m.}$$

$$\text{Asumo } \theta = \frac{\pi}{2} \text{ y } \phi = 0.$$

$G_D(\pi/2, \phi)$ para dipolo de $\lambda/2$ es 1,64

$$\text{del ej. anterior rescato } A_E(\pi/2, \phi) = \frac{\lambda^2}{4\pi} G_D(\pi/2, \phi) = 13,051 \text{ m}^2.$$

$$\text{Ahora, para calcular la potencia suministrada, uso } A_E = \frac{P_L}{\bar{P}}. \text{ Con } \bar{P} = \frac{E_i^2}{2\eta_0}$$

$$\text{Entonces que } P_L = A_E \bar{P} = 13,051 \cdot \frac{0,002^2}{2 \cdot 377} = 6,92 \cdot 10^{-8} \text{ W}$$

7. En un enlace a 10 millas de distancia se utilizan dos antenas parabólicas idénticas de ganancia $G_D = 30 \text{ dB}$ (se suponen bien orientadas). La antena transmisora radia una potencia de 500 W. Calcular: a) Potencia recibida b) Magnitud del campo eléctrico incidente en la antena receptora.

Atun

DATOS

$$G_D = 30 \text{ dB} \Rightarrow 10 \log_{10} G_D = 30 \Rightarrow G_D = 10^3 = 1000$$

$$P_T = 500 \text{ W} \Rightarrow \text{Asumo sin pérdidas} \Rightarrow P_R = 500 \text{ W}$$

$$r = 10 \text{ millas} \Rightarrow 1 \text{ m} = 0,00062137 \text{ millas} \Rightarrow r = 1,609 \cdot 10^4 \text{ m}$$

$$\times P_L \text{ y } E_i$$

Con la forma alternativa de la fórmula de Friis despejo P_L :

$$P_L = \frac{G_D^2 \lambda^2}{(4\pi r)^2} P_T = 0,0122 \lambda^2$$

$$\text{Sabiendo que el área efectiva es } A_E = \frac{P_L}{\bar{P}} = \frac{\lambda^2}{4\pi} G_D, \text{ y } \bar{P} = \frac{|E_i|^2}{2\eta_0},$$

$$\frac{0,0122 \lambda^2}{\frac{|E_i|^2}{2\eta_0}} = \frac{\lambda^2}{4\pi} \cdot G_D \Leftrightarrow \frac{0,0122 \cancel{\lambda^2} \cdot 2\eta_0 \cdot 4\pi}{G_D \cancel{\lambda^2}} = |E_i|^2 \Rightarrow |E_i| = 0,34 \text{ V/m}$$

8. Obtener la intensidad de campo eléctrico a 10 Km de distancia de una antena con ganancia directa 5 dB y que irradia una potencia total de 20 KW.

Atun

Hacemos lo mismo que en el problema anterior:

DATOS

$$G_D = 5 \text{ dB} = 10^{5/10} = 3,162$$

$$P_r = 20 \text{ kW} \Rightarrow \text{Asumo sin pérdidas} \Rightarrow P_c = 20 \text{ kW}$$

$$r = 10 \text{ km.}$$

Del ej anterior voy a juntar la igualdad de P_c para obtener $|E_i|$ de un cálculo:

$$\frac{G_D \cancel{\lambda^2}}{(4\pi r)^2} P_c \cdot 2\eta_0 \cdot 4\pi = \frac{8 G_D P_c \eta_0 \cancel{\lambda^2}}{(4\pi r)^2} \Rightarrow |E_i| = 0,195 \text{ V/m}$$

9. Una antena transmisora ($G_D = 25 \text{ dB}$) y otra receptora ($G_D = 18 \text{ dB}$) están separadas una distancia de 200λ entre sí. Si la potencia mínima requerida en el receptor es de 5 mW , calcular la potencia mínima que se debe transmitir.

Atun



DAOS

$$\text{Antena 1} \rightarrow G_D = 25 \text{ dB} = 10^{2,5} = 316,228$$

$$\text{Antena 2} \rightarrow G_D = 18 \text{ dB} = 10^{1,8} = 63,096$$

$$r = 200\lambda$$

$$P_L > 0,005 \text{ W para funcionar.}$$

Con la fórmula alternativa de Friiz despejo P_L :

$$P_L = \frac{G_{D_{TX}} G_{D_{RX}} \lambda^2}{(4\pi r)^2} P_c \text{ y se tiene que cumplir que todo sea mayor}$$

a $0,005 \text{ W}$, dando lugar a la siguiente ecuación:

$$0,005 < \frac{G_{D_{TX}} G_{D_{RX}} \lambda^2}{(4\pi r)^2} P_c, \text{ y despejo } P_T > \frac{0,005 (4\pi r)^2}{G_{D_{TX}} G_{D_{RX}} \lambda^2} = \frac{0,005 \cdot 16\pi^2 200^2 \lambda^2}{G_{D_{TX}} G_{D_{RX}} \lambda^2} = 1,583$$

es decir, $\boxed{P_c > 1,583 \text{ W}}$ para que el enlace funcione.

10. Obtener la directividad de una antena que posee una intensidad de radiación dada por la expresión:

$$U(\theta, \phi) = \begin{cases} 2 \sin \theta \sin^3 \phi & 0 \leq \theta \leq \pi \quad 0 \leq \phi \leq \pi \\ 0 & \text{otro caso} \end{cases}$$

Atina

Sabemos que la directividad es:

$$D = \frac{4\pi U_{\max}}{\oint U(\theta, \phi) \sin \theta d\theta d\phi}$$

$$\rightarrow \int_0^\pi \int_0^\pi 2 \sin \theta \sin^3 \phi \sin \theta d\theta d\phi = \int_0^\pi 2 \sin^3(\phi) \int_0^\pi \underbrace{(\sin \theta)^2}_{\sin^2 \theta} d\theta d\phi \equiv$$

$$\sin^2 \theta = \sin(\theta) \sin(\theta) = \frac{1}{2} (\cos(\theta - \theta) - \cos(\theta + \theta)) = \frac{1}{2} (\cos(0) - \cos(2\theta))$$

$$\int_0^\pi \frac{1}{2} (1 - \cos(2\theta)) d\theta = \frac{1}{2} \theta \Big|_0^\pi - \frac{1}{2} \int_0^\pi \cos(2\theta) d\theta =$$

$$\frac{1}{2} \theta \Big|_0^\pi - \frac{1}{4} \int_0^\pi 2 \cos(2\theta) d\theta = \frac{1}{2} \theta \Big|_0^\pi - \frac{1}{4} \sin(2\theta) \Big|_0^\pi = \frac{1}{2} \pi$$

$$\equiv \int_0^\pi 2 \sin^3(\phi) \cdot \frac{1}{2} \pi d\phi = \pi \int_0^\pi \sin^3(\phi) d\phi = \pi \int_0^\pi \sin \phi d\phi - \int_0^\pi \cos^2 \phi \sin \phi d\phi$$

$$\sin^3(\phi) = (1 - \cos^2 \phi) \sin \phi = \sin \phi - \cos^2 \phi \sin \phi$$

$$\uparrow$$

$$\cos^2 \phi + \sin^2 \phi = 1$$

$$= \pi \left[-\cos(\phi) \Big|_0^\pi - \int_0^\pi \cos^2 \phi \sin \phi d\phi \right] = \pi \left(2 + \left(\frac{\cos^3 \phi}{3} \Big|_0^\pi \right) \right) = \pi \left(2 - \frac{1}{3} - \frac{1}{3} \right) =$$

$$(u = \cos(\phi) \quad du = -\sin(\phi) d\phi) \Rightarrow \int_0^\pi \cos^2 \phi \sin \phi d\phi = \int_0^\pi u^2 du = \frac{u^3}{3}$$

$$= \frac{4}{3} \pi$$

$\rightarrow U_{\max}$ se da cuando $\sin \theta \sin^3 \phi = 1$, eso es cuando $\theta = \phi = \pi/2$ (en este caso).

$$D = \frac{4\pi U_{\max}}{\frac{4}{3}\pi} = 3 U_{\max} = 3 \cdot 2 = 6 = D \quad (\text{o } 7.78 \text{ dBi})$$

Como somos telecas, la directividad va en dB: $10 \log_{10}(6) = 7.78 \text{ dBi}$

11. Una antena de la estación terrestre de un enlace de comunicación vía satélite tiene una ganancia de 55 dB a 14 GHz y apunta a un satélite geoestacionario a 36.500 Km de distancia. La antena del satélite tiene una ganancia de 35 dB y transmite la señal de regreso a la estación terrestre a 12 GHz. La señal mínima útil es de 8 pW para asegurar la transmisión de información entre las antenas.

(a) Determinar la potencia de transmisión mínima requerida en la antena del satélite.

Atun

DATOS

$$G_{D_{Tx}} = 55 \text{ dB} \quad f_{\text{uplink}} = 14 \text{ GHz}$$

$$G_{D_{Rx}} = 35 \text{ dB} \quad f_{\text{downlink}} = 12 \text{ GHz}$$

$$r = 36500 \text{ km}$$

* Resolvemos el apartado a como el 9:

Aplicamos la forma alternativa de la fórmula de Friis y despejo P_L :

$$P_L = \frac{G_{D_{Tx}} G_{D_{Rx}} \lambda^2}{(4\pi r)^2} P_T$$

→ Convierto las ganancias directivas: → Cálculo λ :

$$G_{D_{Tx}} = 10^{5.5}$$

$$G_{D_{Rx}} = 10^{3.5}$$

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \cdot 10^8}{12 \cdot 10^9} = 0.025 \text{ m}$$

→ Impongo la condición de que $P_L > 8 \text{ pW}$:

$$\frac{G_{D_{Tx}} G_{D_{Rx}} \lambda^2}{(4\pi r)^2} P_T > 8 \text{ pW} \quad \text{y despejo } P_T > \frac{8 \text{ pW} \cdot (4\pi r)^2}{G_{D_{Tx}} G_{D_{Rx}} \lambda^2} \Leftrightarrow P_T > 2.693 \text{ W}$$

14. Una antena de $\lambda/2$ de longitud 1m, se sitúa en lo alto de un montículo de altura 200m respecto al nivel del suelo y se alimenta con una intensidad $I_0=3\text{A}$. A una distancia horizontal de 1 Km y a nivel del suelo, se tiene un dipolo eléctrico de longitud 5cm. En la posición del dipolo hertziano, calcular:

- Fasor campo eléctrico expresado en componentes esféricas y cartesianas.
- Densidad de potencia.
- Potencia transferida a la carga por el dipolo eléctrico.

Atun

DATOS

$$l_{Tx} = 1 \text{ m}$$

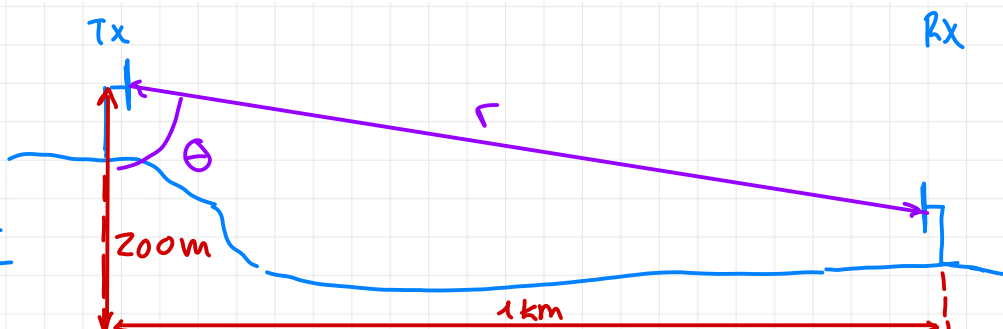
$$I_0 = 3 \text{ A}$$

$$l_{Rx} = 0.05 \text{ m}$$

* Píden:

→ $\vec{E}$ en esféricas y cartesianas

→ $\vec{P}$ y P_L



1) CALCULO LA DISTANCIA DE TX A RX: $r = \sqrt{200^2 + 1000^2} = 1019,804 \text{ m}$

2) CALCULO EL ÁNGULO QUE FORMA TX y RX:

$$\sin \theta = \frac{1000}{1019,804} = 0,981$$

$$\cos \theta = \frac{-200}{1019,804} = -0,196$$

se debe a que bajo
200m hasta la línea
de suelo.

3) CALCULO λ : La antena es de $\lambda/2$ de $l_{TX} = 1\text{m}$, entonces, $\lambda = 2\text{m}$

Para antenas de $\lambda/2$, $|\tilde{E}_\theta| = \frac{\mu_0 I_0}{2\pi r} \cdot \frac{\cos(\frac{\pi}{2} \cos \theta)}{\sin \theta} = 0,171 \text{ V/m}$. $\beta = \frac{2\pi}{\lambda} = \pi$

APARTADO A

Ahora, las expresiones de campo fasorial en esféricas es:

$$\tilde{E}_\theta = |\tilde{E}_\theta| e^{-j\pi r} \hat{a}_\theta$$

y en cartesianas ($\phi=0$):

$$\tilde{E}_\theta = |\tilde{E}_\theta| e^{-j\pi r} (\cos \theta \hat{a}_x - \sin \theta \hat{a}_z)$$

Aplicado en $r = 1019,804 \text{ m}$,

$$\tilde{E}_\theta (r = 1019,804) =$$

APARTADO B

$$\bar{P} = \frac{|\tilde{E}_\theta|^2}{2\eta_0} = 0,0000388 \text{ W}$$

APARTADO C

Tenemos que calcular el área efectiva del dipolo hertziano:

$$A_{E,RX} = \frac{\lambda^2}{4\pi} G_D(\theta, \phi) = \frac{\lambda^2}{4\pi} \cdot \frac{3}{2} \sin^2 \theta = 0,459 = A_{E,RX}$$

Usando la relación $A_{E,RX} = \frac{P_L}{\bar{P}} \Leftrightarrow A_{E,RX} \cdot \bar{P} = 17,81 \mu\text{W} = P_L$

15. Una antena lineal opera a 100 MHz. Se requiere:

- Una densidad de potencia mínima de 2 mW/m^2 en un punto situado a una distancia de 1 Km y un ángulo de elevación de 45° .
- Una densidad de potencia mínima de 1 mW/m^2 a 2 Km de distancia en el plano ecuatorial.

Determinar si es posible con una antena de $\lambda/2$. En caso afirmativo calcular: a) intensidad de alimentación mínima, b) valor de los campos en los puntos de interés, c) potencia total radiada.

DAZOS

$$f = 100 \text{ MHz}$$

Atun

$$\bar{P}_1 > 0'002 \quad r_1 = 1000 \quad \Theta_1 = 45^\circ \quad \left\{ \begin{array}{l} \sin 45^\circ = \sqrt{2}/2 \\ \cos 45^\circ = \sqrt{2}/2 \end{array} \right.$$

$$\bar{P}_2 > 0'001 \quad r_2 = 2000$$

Resolución

Calculo $\lambda = \frac{c}{f} = 3\text{m}$, es decir, $\lambda/2 = 1'5\text{m}$.

Ahora, $\bar{P}$ para una antena de $\lambda/2$ es $\bar{P} = \frac{\mu_0}{2} \left(\frac{I_0}{2\pi r} \right)^2 \cdot \frac{\cos^2(\frac{\pi}{2} \cos \Theta)}{\sin^2 \Theta}$.

Con $r = r_1$, $\bar{P} > 0'002$:

$$0'002 < \frac{\mu_0}{2} \left(\frac{I_0}{2\pi r} \right)^2 \cdot \frac{\cos^2(\frac{\pi}{2} \cos \Theta)}{\sin^2 \Theta} = \frac{\mu_0}{2} \frac{I_0^2}{4\pi^2 r^2} \cdot \frac{\cos^2(\frac{\pi}{2} \cos \Theta)}{\sin^2 \Theta} \quad \text{y despejo } I_0:$$

$$\sqrt{\frac{0'002 \cdot 2 \cdot 4\pi^2 r^2 \cdot \sin^2 \Theta}{\mu_0 \cdot \cos^2(\frac{\pi}{2} \cos \Theta)}} < I_0 \Leftrightarrow \boxed{32,594 < I_0}$$

$\cos(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}) = 0,444$ sustituyo los datos

Y también, se tiene que cumplir que $\bar{P}$ a 2km, $\bar{P} > 0'001$ (como en línea ecuatorial $\Theta = 90^\circ$)

$$0'001 < \frac{\mu_0}{2} \left(\frac{I_0'}{2\pi r} \right)^2 \cdot \frac{\cos^2(\frac{\pi}{2} \cos \Theta)}{\sin^2 \Theta} \Leftrightarrow \sqrt{\frac{0'001 \cdot 2 \cdot 4 \cdot \pi^2 \cdot r^2}{\mu_0}} < I_0' \Leftrightarrow$$

$$\boxed{28,944 < I_0'}$$

La antena que diseñaremos deberá estar alimentada a más de 32,594A.

B) CAMPOS

Usamos $I_0 = 32,6\text{A}$:

$$\times r = 1000; |\tilde{E}_\Theta| = \frac{\mu_0 I_0}{2\pi r} \cdot \frac{\cos(\frac{\pi}{2} \cos \Theta)}{\sin \Theta} = 1,228 \quad [\text{V/m}] \quad ; \quad |\tilde{H}_\Phi| = \frac{|\tilde{E}_\Theta|}{\mu_0} = 0'00326 \quad [\text{A/m}]$$

$$\times r' = 2000; |\tilde{E}'_\Theta| = \frac{\mu_0 I_0}{2\pi r'} = 0'614 \quad [\text{V/m}]; \quad |\tilde{H}'_\Phi| = 0,00259 \quad [\text{A/m}]$$

C) POTENCIA TOTAL RADIADA

$$P_r = \frac{1}{2} I_0^2 R_r = \frac{1}{2} (32,6) \cdot (73) = \boxed{38,79 \text{ KW} = P_r}$$

Alfonso

16. En una red de baja potencia y área amplia (LoRaWAN) se utilizan antenas emisoras y receptoras tipo dipolo con una ganancia G_D ($\theta = \pi/2$) = 5 dB. La frecuencia de trabajo es de 2.4 GHz, la potencia de emisión es de 100 mW. Estando las antenas emisora y receptora orientadas en la vertical y situadas en el mismo plano horizontal sin obstáculos, el alcance de los enlaces es de 7 Km.

a) Explique las ventajas e inconvenientes de cambiar las antenas tipo dipolo por antenas directivas tipo yagi.

b) En el caso de utilizar unas antenas (emisora-receptora bien orientadas) con ganancia $G_D = 15$ dB, ¿Cuál sería el alcance?

Alonso

DATOS

$$G_D (\theta = \pi/2) = 5 \text{ dB}$$

$$f = 2.4 \text{ GHz}$$

$$P_T = 100 \text{ mW}$$

A) Las antenas tipo Yagi son un sistema de antenas que concentran la potencia en un haz estrecho, aumentando la densidad de potencia en la dirección del receptor.

Sin embargo, al tener un haz más estrecho, la orientación de la antena ha de ser precisa.

En las antenas tipo dipolo no es un problema por que su haz de radiación es omnidireccional, pero a cambio de concentrar menor densidad de potencia.

B) Para calcular la nueva distancia usamos la fórmula de Friis:

$$\underbrace{\frac{P_L}{P_T} = \frac{G_{D_{TX}} G_{D_{RX}} \lambda^2}{(4\pi r)^2}}_{\text{dipolo}} \quad \text{y} \quad \underbrace{\frac{P_L'}{P_T'} = \frac{G_{D_{TX}'} G_{D_{RX}'} \lambda^2}{(4\pi r')^2}}_{\text{Yagi}}$$

Asumo que $P_L = P_L'$ y $P_T = P_T'$, y tengo que:

$$\frac{G_{D_{TX}} G_{D_{RX}} \lambda^2}{(4\pi r)^2} = \frac{G_{D_{TX}'} G_{D_{RX}'} \lambda^2}{(4\pi r')^2} \quad \text{y despejo } r':$$

$$\text{con } G_{D_{TX}} = G_{D_{RX}} = 5 \text{ dB} \quad \text{y} \quad G_{D_{TX}'} = G_{D_{RX}'} = 15 \text{ dB} \quad \text{y} \quad r = 7000 \text{ m}$$

$$\frac{G_{D_{TX}} G_{D_{RX}} \cancel{\lambda^2}}{(4\pi r)^2} = \frac{G_{D_{TX}'} G_{D_{RX}'} \cancel{\lambda^2}}{(4\pi r')^2} \Leftrightarrow \frac{G_{D_{TX}}^2 \cancel{(4\pi)^2}}{G_{D_{TX}'}^2 \cancel{(4\pi)^2}} = \frac{1}{r'} \Leftrightarrow$$

$$r' = \frac{G_{D_{TX}}^2 r^2}{G_{D_{TX}'}^2} = 70000 \text{ km} = r' \leftarrow \text{nuevo alcance.}$$

17. En un enlace de microondas operando a la frecuencia de 7 GHz, el transmisor tiene una ganancia de 15 dB y la antena receptora una ganancia de 20 dB. Calcular la potencia recibida cuando el emisor radia 30 W y el receptor está situado a 50 Km de distancia. Comentar porque en la práctica es de esperar que la potencia recibida sea diferente de la calculada.

Atun

DATOS

$$f = 7 \text{ GHz} \rightarrow \lambda = 0,0429 \text{ m}$$

$$G_{D_{TX}} = 15 \text{ dB}$$

$$G_{D_{RX}} = 20 \text{ dB}$$

$$P_T = 30 \text{ W}$$

$$r = 50 \text{ Km}$$

A) Aplicamos la fórmula de Friis:

$$P_L = \frac{G_{D_{TX}} G_{D_{RX}} \lambda^2 P_T}{(4\pi r)^2} = 4,4 \cdot 10^{-10} \text{ W}$$

* recuerda! todo al Si!

B) Cuando hacemos los cálculos trabajamos en escenarios ideales, sin interferencias, con adaptación de impedancias, antenas perfectas...

Por eso, es de esperar que la realidad difiera de los resultados numéricos.

18. Considerar un transmisor que es una antena directiva situada en la Luna apuntando hacia la Tierra con una ganancia $G_D = 35 \text{ dB}$. La frecuencia de trabajo es de 6.5 GHz y se radia una potencia de 10 KW. Considerando que la distancia Tierra-Luna es de unos 384000 Km, calcular el valor de los campos E y H, y la densidad de potencia sobre la superficie terrestre. ¿Qué potencia transfiere a la carga una antena receptora con $G_D = 40 \text{ dB}$?

Atun

DATOS

$$G_{D_{TX}} = 35 \text{ dB}$$

$$f = 6,5 \text{ GHz} \rightarrow \lambda = 0,0462 \text{ m}$$

$$P_T = 10 \text{ KW}$$

$$G_{D_{RX}} = 40 \text{ dB}$$

$$r = 384000 \text{ Km}$$

A) Valor de E y H:

Sabemos que $P_T = 10 \text{ KW}$. Asumo que trabajo en un medio sin pérdidas:

$$\otimes \bar{P} = \frac{P_T}{4\pi r^2} G_{D_{TX}} = 1,707 \cdot 10^{-11} \text{ W/m}^2$$

$$\text{y con } \bar{P} = \frac{|\tilde{E}_0|^2}{2\eta_0} \Rightarrow |\tilde{E}_0| = 0,000113 \text{ [V/m]}$$

$$|\tilde{H}_0| = \frac{|\tilde{E}_0|}{\eta_0} = 2,997 \cdot 10^{-7} \text{ [A/m]}$$

B) El valor de la densidad de potencia sobre la superficie terrestre: $\otimes$

$$C) \text{ Con } G_{D_{RX}} = 40 \text{ dB}, P_L = \frac{G_{D_{TX}} G_{D_{RX}} \lambda^2 P_T}{(4\pi r)^2} = 2,899 \cdot 10^{-11} \text{ W}$$