

Transmisión de Ondas, Cuestionario de Guías de onda

1. Una guía de ondas con dimensiones $a = 3 \text{ cm}$ y $b = 1.8 \text{ cm}$ esta rellena de aire

a) Indicad los cinco primeros modos con las frecuencias de corte más bajas.

b) ¿Cuál es la impedancia del modo fundamental?

c) ¿Qué valor posee la longitud de onda del modo fundamental en la guía?

(Nota para los apartados b) y c): la frecuencia de trabajo es un 10% superior a la frecuencia de corte del modo fundamental)

2. Diseñe una guía de ondas rectangular para que trabaje en el modo fundamental a una frecuencia de trabajo entre 18 y 26.5 GHz. La relación de dimensiones debe ser 3 a 1. Tened en cuenta que debe de trabajar en el modo fundamental y la frecuencia de corte del siguiente modo debe ser superior a 26.5 GHz.

3. En una guía de ondas rectangular la frecuencia de corte del modo TE_{10} es de 7 GHz mientras que la del modo TE_{01} es de 15 GHz. Calcular: dimensiones de la guía, la frecuencia de corte del modo TE_{11} si la guía estuviese ocupada por un material con $\epsilon_r = 2.25$.

4. Una guía de ondas rectangular de $1 \times 3 \text{ cm}$ rellena de aire opera en el modo TE_{12} a una frecuencia 20% mas alta que la de corte. Determinar: Frecuencia de operación, velocidad de fase y de grupo.

5. Una guía de ondas rectangular esta rellena de polietieno ($\epsilon_r = 2.25$) y trabaja a 24 GHz. Si la frecuencia de corte de cierto modo TE es de 16GHz obtener la velocidad de grupo y la impedancia intrínseca del modo.

6. Determinar si por un túnel diseñado como una guía de ondas metálica rectangular rellena de aire y con dimensiones $a = 8 \text{ m}$ y $b = 16 \text{ m}$ se propagará: a) una señal de radio AM de 1.5 MHz, b) Una señal de radio FM de 120 MHz.

7. Escriba la expresión del campo eléctrico en la guía de ondas rectangular utilizada en el laboratorio trabajando a 9GHz. (en el dominio fasorial y temporal).

8. Para la guía del problema anterior pero trabajando en el modo TE_{20} a una frecuencia un 10% superior a la frecuencia de corte, escriba la expresión del campo eléctrico.

9. ¿Puede existir el modo TM_{10} en una guía rectangular de $2 \times 1 \text{ cm}$ rellena de aire?. En caso afirmativo calcule su frecuencia de corte.

10. En una guía de ondas rectangular rellena de aire con $a = 5 \text{ mm}$ y $b = 4 \text{ mm}$, un modo TM tiene la siguiente expresión

$$E_z = 5 \sin\left(\frac{2\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{3\pi y}{b}\right) \cos(10^{12}t - \beta z) \text{ V / m}$$

Identifique el modo en concreto del que se trata, calcule su frecuencia de corte, la constante de fase β , la constante de propagación γ y la impedancia de la onda.

1. Una guía de ondas con dimensiones $a=3\text{ cm}$ y $b=1.8\text{ cm}$ esta rellena de aire

a) Indica los cinco primeros modos con las frecuencias de corte más bajas.

b) ¿Cuál es la impedancia del modo fundamental?

c) ¿Qué valor posee la longitud de onda del modo fundamental en la guía?

(Nota para los apartados b) y c): la frecuencia de trabajo es un 10% superior a la frecuencia de corte del modo fundamental)

APARTADO A

→ como la guía está rellena de aire, $\epsilon = \epsilon_0$ y $\mu = \mu_0$: $\frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} = c$

$$\omega_c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon \mu}} \left[\left(\frac{m\pi}{a} \right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}, \quad f_c = \frac{\omega_c}{2\pi}$$

	m	n	f_c (Hz)	modo
2)	0	1	8,333	TE
1)	1	0	5	TE
3/4)	1	1	9,72	TE/TM*
5)	2	0	10	TE

* con $m=0$ y $n=1$, $\omega_c = 5,236 \cdot 10^{10} \text{ rad/s}$

* con $m=0$ y $n=1$, $\omega_c = 3,142 \cdot 10^{10} \text{ rad/s}$

* con $m=1$ y $n=1$, $\omega_c = 6,106 \cdot 10^{10} \text{ rad/s}$

* con $m=0$ y $n=1$, $\omega_c = 6,283 \cdot 10^{10} \text{ rad/s}$

↑ orden

como ni m ni n son cero, existe el modo TM.

APARTADO B

El modo fundamental es el modo con la f_c más pequeña. En este caso, TE_{10} .

Con $\omega_c = 3,142 \cdot 10^{10} \text{ rad/s}$. y siguiendo la nota, $\omega_{\text{trabajo}} = 1.1 \cdot \omega_c = 3,456 \cdot 10^{10} \text{ rad/s}$,

con $Z_{TE} = \frac{\eta}{\sqrt{1 - (\omega_c/\omega_{\text{trabajo}})^2}}$ y con $\eta = \eta_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} = 377 \Omega$, tengo que: $Z_{TE} = 905,2 \Omega$

APARTADO C

Como $Z_{TE} = \frac{\omega \mu}{\beta}$, $\beta = \frac{2\pi}{\lambda}$ y $Z_{TE} = 905,2$, tengo que: $905,2 = \frac{\omega_{\text{trabajo}} \mu_0}{2\pi} \cdot \lambda_g \Leftrightarrow$

$$\frac{905,2 \cdot 2\pi}{\omega_{\text{trabajo}} \mu_0} = \lambda_g = 0,131 \text{ m}$$

2. Diseña una guía de ondas rectangular para que trabaje en el modo fundamental a una frecuencia de trabajo entre 18 y 26.5 GHz. La relación de dimensiones debe ser 3 a 1. Tened en cuenta que debe de trabajar en el modo fundamental y la frecuencia de corte del siguiente modo debe ser superior a 26.5 GHz.

DATOS

$a=3b \rightarrow a>b$, modo fundamental es TE_{10} .

frecuencia de trabajo 18 GHz a 26,5 GHz.

frecuencia de corte siguiente modo > 26,5 GHz

ASUMO QUE LA GUÍA TIENE AIRE:

$\epsilon = \epsilon_0$ y $\mu = \mu_0$.

* uso la relación $\frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} = c$

1º) Busco cual es el siguiente modo de la guía:

Tengo tres candidatos: TE_{01} , TE_{11} y TE_{20} :

Althun

calculo la ω_c de los candidatos y comparo:

$$\text{Para } TE_{01} \rightarrow \omega_c = c \sqrt{\left(\frac{m\pi}{3b}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2} = \frac{c\pi}{b}$$

$$\text{Para } TE_{11} \rightarrow \omega_c = c \sqrt{\left(\frac{\pi}{3b}\right)^2 + \left(\frac{\pi}{b}\right)^2} = c \sqrt{\frac{10}{9}} \frac{\pi}{b} = \frac{c\pi\sqrt{10}}{3b}$$

$$\text{Para } TE_{20} \rightarrow \omega_c = c \sqrt{\left(\frac{m\pi}{3b}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2} = \frac{2c\pi}{3b}$$

Comparamos:

$$* \frac{\omega_c TE_{01}}{\omega_c TE_{11}} = \frac{\frac{c\pi}{b}}{\frac{c\pi\sqrt{10}}{3b}} = \frac{3\sqrt{10}}{10} \approx 0,949 \Leftrightarrow \omega_c TE_{01} < \omega_c TE_{11}$$

$$* \frac{\omega_c TE_{01}}{\omega_c TE_{20}} = \frac{\frac{c\pi}{b}}{\frac{2c\pi}{3b}} = \frac{3}{2} \Leftrightarrow \frac{2}{3} \omega_c TE_{01} = \omega_c TE_{20}, \text{ entonces } \omega_c TE_{01} > \omega_c TE_{20}$$

$$* \frac{\omega_c TE_{11}}{\omega_c TE_{20}} = \frac{\frac{c\pi\sqrt{10}}{3b}}{\frac{2c\pi}{3b}} = \frac{\sqrt{10}}{2} = 1,58 \Leftrightarrow \omega_c TE_{11} > \omega_c TE_{20}$$

El siguiente modo es TE_{20} .

2) Ahora, impongo que $\omega_c TE_{10} < \underline{18 \text{ GHz}}$ y que $\omega_c TE_{20} > \underline{26,5 \text{ GHz}}$ y resuelvo el sistema:

$$\text{con } \omega_c TE_{10} = c \left(\frac{\pi}{3b} \right),$$

$$\left\{ \begin{array}{l} c \left(\frac{\pi}{3b} \right) < 1,131 \cdot 10^{11} \\ \frac{2c\pi}{3b} > 1,665 \cdot 10^{11} \end{array} \right\} \text{ despejo } b \text{ y obtengo } 2,78 \text{ mm} < b < 3,77 \text{ mm}$$

y sabiendo que $a = 3b$, tengo que una guía de onda rectangular cumplirá las

condiciones si la medida de (a) cumple $8,34 \text{ mm} < a < 11,31 \text{ mm}$ y la de (b)

$2,78 \text{ mm} < b < 3,77 \text{ mm}$.

3. En una guía de ondas rectangular la frecuencia de corte del modo TE_{10} es de 7 GHz mientras que la del modo TE_{01} es de 15 GHz. Calcular: dimensiones de la guía, la frecuencia de corte del modo TE_{11} si la guía estuviere ocupada por un material con $\epsilon_r = 2,25$.

DATOS

$$\begin{array}{l} * f_c \text{ para } TE_{10} = 7 \text{ GHz} \\ * f_c \text{ para } TE_{01} = 15 \text{ GHz} \end{array} \left\{ \begin{array}{l} \text{asumo que } a > b \text{ y que hay aire: } \epsilon = \epsilon_0; \mu = \mu_0 \text{ y } \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} = c \end{array} \right.$$

PIDEN-VAWR DE a y b

- f_c modo TE_{11} si $\epsilon_r = 2,25$.

CALCULAMOS a y b

Planteo un sistema de ecuaciones:

$$\text{Con } f_c \text{ para } TE_{10} \text{ tengo que: } 2\pi f_c = c \cdot \sqrt{\left(\frac{\pi}{a}\right)^2} = c \frac{\pi}{a} \Leftrightarrow \boxed{a = 0,0214 \text{ m}}$$

Atun

Y con f_c para TE_{01} tengo que: $2\pi f_c = c \sqrt{\left(\frac{\pi}{b}\right)^2} = c \frac{\pi}{b} \Leftrightarrow \boxed{b = 0,01 \text{ m}}$

Con $a = 0,0214 \text{ m}$ y $b = 0,01 \text{ m}$ y $\epsilon_r = 2,25$, f_c para TE_{11} es:

$$2\pi f_c = \frac{1}{\sqrt{2,25\epsilon_0\mu_0}} \sqrt{\left(\frac{\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{\pi}{b}\right)^2} \Leftrightarrow f_c = 11 \text{ GHz}$$

4. Una guía de ondas rectangular de $1 \times 3 \text{ cm}$ rellena de aire opera en el modo TE_{12} a una frecuencia 20% mas alta que la de corte. Determinar: Frecuencia de operación, velocidad de fase y de grupo.

DATOS

Por convenio: $a = 0,03 \text{ m}$ y $b = 0,01 \text{ m}$.
($a > b$)

* Operamos en modo TE_{12}

* Buscar f_c de operación (20% más f_c)

* Calcular v_{fase} y v_{grupo}

* Material interior = aire: $\epsilon = \epsilon_0$ y $\mu = \mu_0$.

CÁLCULO f_c TE_{12}

$$2\pi f_c = c \cdot \sqrt{\left(\frac{\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{2\pi}{b}\right)^2} \Leftrightarrow f_c = 30,41 \text{ GHz}$$

CÁLCULO f de operación

$$f_{op} = 1,2 f_c = 36,50 \text{ GHz}$$

CÁLCULO V_p y V_g a 36,50 GHz en modo TE_{12}

$$V_p = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0\mu_0}} \left(\frac{1}{\sqrt{1-(\omega_c/\omega)^2}} \right) = 5,425 \cdot 10^8 \text{ m/s.}$$

$$V_g = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0\mu_0}} \sqrt{1-(\omega_c/\omega)^2} = 1,659 \cdot 10^8 \text{ m/s.}$$

5. Una guía de ondas rectangular esta rellena de polietileno ($\epsilon_r=2,25$) y trabaja a 24 GHz. Si la frecuencia de corte de cierto modo TE es de 16GHz obtener la velocidad de grupo y la impedancia intrínseca del modo.

Aplicamos la fórmula de V_g y Z_{TE} :

$$V_g = \frac{1}{\sqrt{2,25\epsilon_0\mu_0}} \sqrt{1-(\omega_c/\omega)^2} = 1,49 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

↑

$$\omega_c = 16 \text{ GHz} \cdot 2\pi$$

$$\omega = 24 \text{ GHz} \cdot 2\pi$$

$$Z_{TE} = \frac{\eta}{\sqrt{1-(\omega_c/\omega)^2}} = 336,958 \Omega$$

↑

$$\eta = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} = \sqrt{\frac{\mu_0}{2,25\epsilon_0}} = 251,154 \Omega$$

Atina

6. Determinar si por un túnel diseñado como una guía de ondas metálica rectangular rellena de aire y con dimensiones $a=8\text{m}$ y $b=16\text{m}$ se propagará: a) una señal de radio AM de 1.5 MHz, b) Una señal de radio FM de 120 MHz.

Voy a buscar el modo fundamental de G.O. Tengo 2 posibles candidatos: TE_{01} y TE_{10} .
 Calculo las frecuencias de corte de ambos, obteniendo: 18,75 MHz (para TE_{10}) y 9,38 MHz (para TE_{01}). El modo fundamental para esta G.O. es TE_{01} .

A) Como la frecuencia de AM es menor que la f_c del modo fundamental, la onda no propagará.

B) En este caso si.

RESOLUCIÓN ALTERNATIVA:

Si la longitud de la onda que queremos propagar a través de una G.O. rectangular es más chica que el doble de la dimensión más ancha, esta se propagará.

Veamos la demostración con este ejercicio. El modo fundamental es TE_{01} , con

$$w_c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon\mu}} \frac{\pi}{b} = c \frac{\pi}{b}. \text{ Sabiendo que } \lambda_c = \frac{2\pi v_{prop}}{w_c} = \frac{\alpha \cdot 2\pi}{\alpha \frac{\pi}{b}} = \boxed{2b = \lambda_c}.$$

$v_{prop} = c$

Significa que, si $\lambda > \lambda_c$, la onda no se propagará.

7. Escriba la expresión del campo eléctrico en la guía de ondas rectangular utilizada en el laboratorio trabajando a 9GHz. (en el dominio fasorial y temporal).

CARACTERÍSTICAS G.O. LABORATORIO

* Tipo Rectangular
 * $a = 0,02286\text{ m}$
 * $b = 0,009\text{ m}$

Como $a > b$, modo fundamental: TE_{10} con $f_c = 6,562\text{ GHz}$
 $f_{operativo} > f_{corte}$, la onda propaga.

CÁLCULO CAMPO ELÉCTRICO:

En el modo TE_{10} , la amplitud del campo eléctrico es:

$$\tilde{E}(x,y) = \tilde{E}_x(x,y) + \tilde{E}_y(x,y) + \tilde{E}_z(x,y) = j \frac{\omega\mu}{k_c^2} k_y B \cos(k_x x) \sin(k_y y) + j \frac{\omega\mu}{k_c^2} k_x B \sin(k_x x) \cos(k_y y)$$

(estamos en modo TE)

$$\Leftrightarrow j \frac{\omega\mu}{k_c^2} \frac{n\pi}{a} B \cos\left(\frac{n\pi}{a} x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{a} y\right) - j \frac{\omega\mu}{k_c^2} \frac{n\pi}{a} B \sin\left(\frac{n\pi}{a} x\right) \cos\left(\frac{n\pi}{a} y\right) = \tilde{E}(x,y)$$

$n=0$

$$\uparrow$$

con $k_x = \frac{n\pi}{a}$ y $k_y = \frac{n\pi}{a}$

Con los datos:

$$\tilde{E}(x,y) = -j \frac{\omega\mu}{k_c^2} \frac{n\pi}{a} B \sin\left(\frac{n\pi}{a} x\right) \cos\left(\frac{n\pi}{a} y\right) = -j 164,59 \pi B \sin(137,428 x) = \tilde{E}(x)$$

$n=0$

$$\omega = 2\pi \cdot 9 \cdot 10^9 = 18\pi \cdot 10^9$$

$$\mu = \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$$

$$k_c^2 = k_x^2 + k_y^2$$

$n=0$

$$\uparrow$$

a/b

Atun

$$\tilde{E}(x,z) = \tilde{E}(x) e^{-j\beta z} = -j164,59 \pi B \sin(137,428x) e^{-j129,1z} \hat{y}$$

temporal

$$\beta = \omega \sqrt{\epsilon_0 \mu_0} \sqrt{1 - \left(\frac{\omega_c}{\omega}\right)^2} = 129,1$$

$$\times \omega_c \text{ para TE}_{10} \text{ es } = 4,123 \cdot 10^{10}$$

$$E(x,z) = \operatorname{Re}(-j164,59 \pi B \sin(137,428x) e^{-j129,1z} e^{j\omega t}) =$$

$$= \operatorname{Re}(-j164,59 \pi B \sin(137,428x) e^{j(\omega t - 129,1z)}) =$$

$$\uparrow$$

$$-j \cdot e^{j\theta} = \sin(\theta) - j\cos(\theta)$$

$$E(x,z) = 164,59 \pi B \sin(137,428x) \sin(18\pi \cdot 10^9 t - 129,1z) \hat{y}$$

8. Para la guía del problema anterior pero trabajando en el modo TE₂₀ a una frecuencia un 10% superior a la frecuencia de corte, escriba la expresión del campo eléctrico.

Calculamos ω_c para TE₂₀, $\omega_{operacional}$ y recalculamos parámetros. Voy a escribir el campo solo en forma fasorial:

$$\begin{cases} \mu = \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} & k_c^2 = k_x^2 + k_y^2 \\ \omega = \omega_c \cdot 1,1 = 9,071 \cdot 10^{10} & \uparrow \end{cases}$$

$\frac{2\pi}{a}$

$$\uparrow$$

$$\omega_c = c \cdot \frac{2\pi}{a} = 8,246 \cdot 10^{10}$$

$$\beta = \omega \sqrt{\epsilon_0 \mu_0} \sqrt{1 - \left(\frac{\omega_c}{\omega}\right)^2} = 126,079$$

$$\tilde{E}(x,z) = -j414,726 B \sin(274,855x) e^{-j126,079z} \hat{y}$$

Atina

9. ¿Puede existir el modo TM₁₀ en una guía rectangular de 2x1cm rellena de aire?. En caso afirmativo calcule su frecuencia de corte.

Alum

No, porque si tenemos que, m o n nulo, no existiría un campo eléctrico longitudinal que crease un campo magnético. En modos TM, el campo magnético longitudinal es nulo.

$\tilde{E}_z(x,y) = A \sin\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{b}y\right)$, si m o n es nulo, $\tilde{E}_z(x,y) = 0$. Como el resto de componentes se derivan desde $\tilde{E}_z(x,y)$, automáticamente serían nulos también.

10. En una guía de ondas rectangular rellena de aire con a=5mm y b=4mm, un modo TM tiene la siguiente expresión

$$E_z = 5 \sin\left(\frac{2\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{3\pi y}{b}\right) \cos(10^{12}t - \beta z) \text{ V/m}$$

$10^{12} = \omega$ operacional

Identifique el modo en concreto del que se trata, calcule su frecuencia de corte, la constante de fase β , la constante de propagación γ y la impedancia de la onda.

* m=2 y n=3; a=0.005 y b=0.004.

* el campo eléctrico E_z tiene la forma del campo transversal eléctrico del modo TM.

* El modo es TM₂₃

$$2\pi f_c = c \cdot \left[\left(\frac{2\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{3\pi}{b}\right)^2 \right]^{1/2} \Leftrightarrow f_c = 127,5 \text{ GHz}$$

* Para sacar β ,

$$\beta = \omega \cdot \sqrt{\epsilon_0 \mu_0} \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{\omega_c}{\omega}\right)^2} = 1996,456 \approx 2000 \text{ rad/m} = \beta \Rightarrow \gamma = j\beta$$

Asumo
 $\alpha = 0$

* La impedancia Z_{TM} ,

$$Z_{TM} = \eta \sqrt{1 - \left(\frac{\omega_c}{\omega}\right)^2} = 225,482 \Omega = Z_{TM}$$